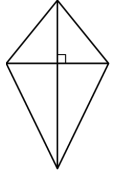


۱ - اگر اندازه قطرهای شکل روبه رو ۶ و ۸ باشد، مساحت چهارضلعی کدام است؟



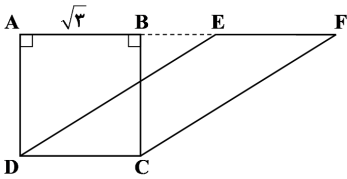
۱) ۲۴

۲) ۱۸

۳) ۳۶

۴) ۴۸

۲ - در شکل مقابل، ABCD مربع است و بر روی امتداد ضلع AB نقاط E و F را به گونه ای انتخاب کرده ایم که  $EF = CD$ . مساحت چهارضلعی CDEF کدام است؟



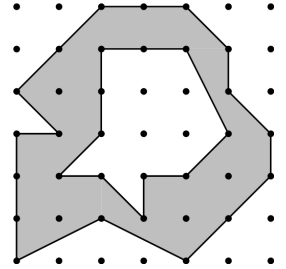
۱) ۴

۲)  $2\sqrt{2}$

۳) ۳

۴)  $\frac{2}{2}$

۳ - در شکل روبه رو مساحت قسمت سایه یا رنگی کدام است؟



۱) ۱۶

۲) ۱۷

۳) ۱۸

۴) ۱۹

۴ - از برخورد نیمسازهای داخلی یک متوازی الاضلاع کدام چهارضلعی ایجاد می شود؟

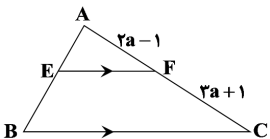
۱) لوزی

۲) مستطیل

۳) ذوزنقه

۴) چهارضلعی غیرمستطیل

۵ - در شکل زیر  $EF \parallel BC$  است. اگر محیط مثلث ABC سه برابر محیط مثلث AEF باشد، مقدار a کدام است؟



۱) ۱

۲) ۲

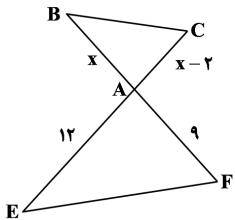
۳) ۳

۴) ۴

۶ - کدام گزینه درست است؟

- ۱ اگر خطی با صفحه ای متقاطع باشد، با تمام خطوط آن صفحه متقاطع است.
- ۲ اگر دو صفحه متمایز، متقاطع باشند، آنگاه هر خط داخل یکی از این صفحات با صفحه دیگر متقاطع است.
- ۳ اگر دو صفحه متمایز، موازی باشند، آنگاه هر خط داخل یکی از این صفحات با صفحه دیگر موازی است.
- ۴ در فضا اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، آنگاه دیگری را نیز قطع می کند.

۷ - نسبت مساحت های دو مثلث ABC و AEF متشابه شکل زیر کدام است؟



۴  $\frac{3}{16}$

۳  $\frac{3}{4}$

۲  $\frac{9}{16}$

۱  $\frac{9}{4}$

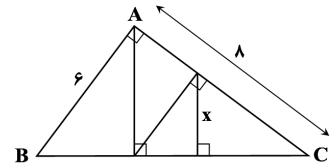
۸ -  $L_1$  و  $L_2$  دو خط متقاطع و عمود بر هم هستند. اگر  $P_1$  صفحه ای شامل  $L_1$  و  $P_2$  صفحه ای شامل  $L_2$  باشد، وضعیت دو صفحه  $P_1$  و  $P_2$  نسبت به هم کدام حالت نمی تواند باشد؟

- ۱ موازی و غیرمنطبق      ۲ منطبق      ۳ متقاطع      ۴ عمود بر هم

۹ - دو خط  $d_1$  و  $d_2$  در صفحه P مفروضند. از نقطه M خارج صفحه P چند خط می توان رسم کرد که با هر دو خط  $d_1$  و  $d_2$  متقاطع باشد؟

- ۱ صفر      ۲ حداقل یک خط      ۳ حداکثر یک خط      ۴ فقط یک خط

۱۰ - در شکل روبه رو، ارتفاعات وارد بر وتر، در مثلث های قائم الزاویه رسم شده اند. به کدام عدد نزدیک تر است؟



۴ ۵

۳ ۴

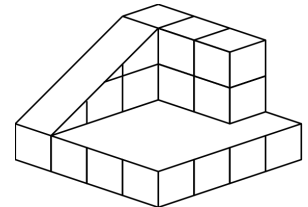
۲ ۳

۱ ۲

۱۱ - کدام گزینه درست است؟

- ۱ مربع چهارضلعی است که دو قطر آن منصف یکدیگرند و حداقل یک زاویه قائمه دارد.
- ۲ هر چهارضلعی که دو زاویه مجاور آن، مکمل باشند، متوازی الاضلاع است.
- ۳ متوازی الاضلاعی که در آن حداقل یک قطر روی نیمساز باشد، لوزی است.
- ۴ هر چهارضلعی که قطرهايش بر هم عمود باشند، مربع است.

۱۲ - نمای روبه روی شکل مقابل کدام است؟



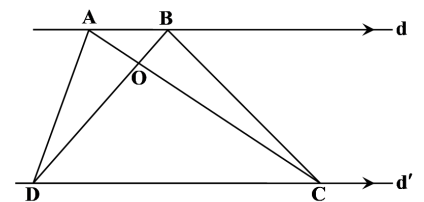
۱۳ - کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ دو خط عمود بر یک صفحه، موازی اند.
- ۲ دو صفحه عمود بر یک خط، موازی اند.
- ۳ اگر صفحه ای بر یکی از دو خط موازی عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است.
- ۴ دو صفحه عمود بر یک صفحه، موازی اند.

۱۴ - کدام گزینه درست است؟

- ۱ دو صفحه در فضا یا موازی اند یا متقاطع.
- ۲ دو خط در فضا یا موازی اند یا متقاطع.
- ۳ یک خط و یک صفحه در فضا یا موازی اند یا متقاطع.
- ۴ دو خط در فضا یا متقاطع اند یا متناظرند یا منطبق.

۱۵ - در شکل مقابل  $d \parallel d'$ ،  $AD=6$  و  $BC=8$  است. اگر فاصله  $O$  تا ضلع  $AD$  برابر ۳ باشد، فاصله  $O$  تا ضلع  $BC$  کدام است؟



- ۱  $2/5$       ۲  $3/5$       ۳  $8/2$       ۴  $9/4$

۱۶ - در مثلث قائم الزاویه ABC ارتفاع وارد بر وتر را رسم کرده ایم و مساحت کوچک ترین مثلث،  $\frac{1}{4}$  مساحت مثلث ABC است. اگر این ارتفاع برابر ۶ باشد، طول وتر کدام است؟

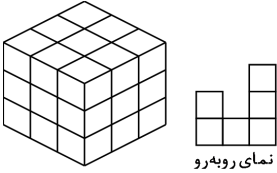
۹

$8\sqrt{3}$

۱۲

$6\sqrt{3}$

۱۷ - شکل روبه رو از چندین مکعب واحد تشکیل شده است. حداکثر و حداقل چند مکعب از این شکل باید برداشته شود، تا نمای روبه روی آن به صورت زیر باشد؟



نمای روبه رو

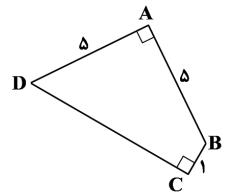
۹، ۱۹

۸، ۲۱

۹، ۲۱

۸، ۱۹

۱۸ - مساحت چهارضلعی روبه رو کدام است؟



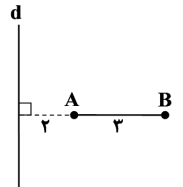
$\frac{23}{2}$

۱۶

۱۳

$\frac{27}{2}$

۱۹ - در شکل مقابل اگر پاره خط AB را حول خط d دوران دهیم. مساحت شکل حاصل کدام است؟



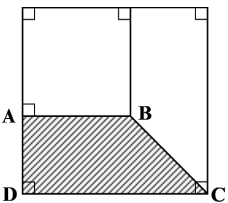
$9\pi$

$20\pi$

$21\pi$

$25\pi$

۲۰ - در دوزنقه قائم الزاویه ABCD، طول بزرگ ترین ساق با طول کوچک ترین قاعده برابر است. روی دو قاعده این دوزنقه، دو مربع مطابق شکل می سازیم. اگر طول ضلع مربع کوچک ۲ باشد، طول ضلع مربع بزرگ کدام است؟



۸

$2+2\sqrt{2}$

۴

$2+\sqrt{2}$

۱ - پاسخ: گزینه ۱

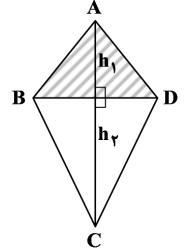
▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* هندسه (فصل ۳ ◀ درس ۲)

راه حل اول:

نکته: در هر چهارضلعی که دو قطر آن بر هم عمود باشند، مساحت برابر است با:

$$S = \frac{\text{حاصل ضرب اندازه دو قطر}}{۲}$$

با توجه به نکته، مساحت شکل داده شده برابر است با:



$$\frac{۶ \times ۸}{۲} = ۲۴$$

راه حل دوم:

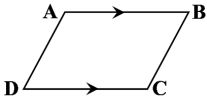
$$S_{ABD} = \frac{1}{۲} h_1 \times ۶ = ۳h_1$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{۲} h_2 \times ۶ = ۳h_2$$

$$S_{ABCD} = ۳h_1 + ۳h_2 = ۳(h_1 + h_2) = ۳ \times ۸ = ۲۴$$

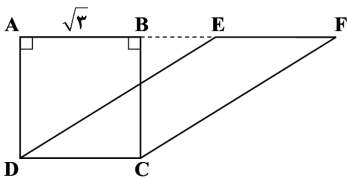
۲ - پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: کاربرد \* هندسه (فصل ۳ ◀ درس ۲)



نکته: هر چهارضلعی که دو ضلع مقابل آن هم اندازه و موازی باشند، متوازی الاضلاع است.

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC \\ AB = DC \end{array} \right\} \Rightarrow \text{متوازی الاضلاع است. } ABCD$$



ABCD مربع است، پس AB با CD موازی است. در نتیجه EF نیز با CD موازی است. از طرف دیگر بنا بر فرض  $EF = CD$ ، پس CDEF متوازی الاضلاع است.

ارتفاع نظیر ضلع EF است، پس مساحت متوازی الاضلاع CDEF برابر است با:

$$S_{EFCD} = CB \times EF = CB \times CD = \sqrt{۳} \times \sqrt{۳} = ۳$$

۳ - پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده \* هندسه (فصل ۳ ◀ درس ۲)

$$S = \frac{b}{2} + i - 1$$

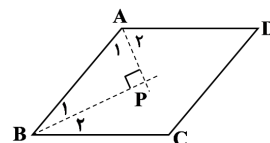
نکته: طبق قانون پیک مساحت هر چندضلعی شبکه ای با نقطه مرزی و نقطه درونی برابر است با:

برای محاسبه مساحت قسمت سایه یا رنگی، طبق قانون پیک مساحت های چندضلعی درونی و بیرونی را محاسبه می کنیم و از هم کم می کنیم:

$$\begin{cases} S_1 = \frac{b_1}{2} + i_1 - 1 = \frac{17}{2} + 19 - 1 = 26/5 \\ S_2 = \frac{b_2}{2} - i_2 - 1 = \frac{11}{2} + 4 - 1 = 8/5 \end{cases} \Rightarrow \Delta S = S_1 - S_2 = 26/5 - 8/5 = 18$$

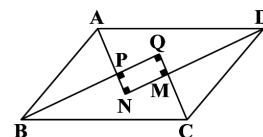
۴ - پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* هندسه (فصل ۳ ◀ درس ۱)



می دانیم که در متوازی الاضلاع، زوایای مجاور مکمل اند، پس طبق شکل داریم:

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \Rightarrow \hat{P} = 90^\circ$$

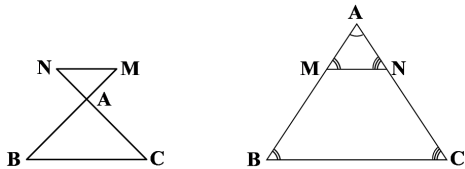


به طریق مشابه ثابت می شود که سایر زوایای حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی متوازی الاضلاع، قائمه است، پس با توجه به اینکه همه زوایای چهارضلعی حاصل قائمه است، چهارضلعی MNPQ در شکل روبه رو مستطیل است.

۵ - پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۱ (فصل ۲ ◀ درس ۳، فصل ۲ ◀ درس ۴)

نکته: اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلثی، دو ضلع دیگر (یا امتداد آن ها) را در دو نقطه قطع کند، مثلثی با آن ها تشکیل می دهد که با مثلث اصلی متشابه است.



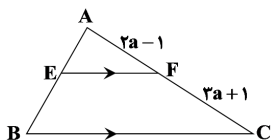
$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

نکته: اگر مثلث های  $A'B'C'$  و  $ABC$  متشابه باشند و نسبت تشابه آن ها  $k$  باشد  $(\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k)$ ، آنگاه:

نسبت محیط های دو مثلث نیز برابر  $k$  است.

$$\frac{P_{A'B'C'}}{P_{ABC}} = \frac{A'B' + A'C' + B'C'}{AB + AC + BC} = k$$

طبق قضیه اساسی تشابه، چون  $EF \parallel BC$ ، پس دو مثلث  $AEF$  و  $ABC$  با هم متشابه اند و از آنجا که صورت سؤال گفته است محیط مثلث  $ABC$  سه برابر محیط مثلث  $AEF$  می باشد، پس نسبت تشابه این دو مثلث ۱ به ۳ است:



$$\text{نسبت تشابه } K = \frac{1}{3}$$

$$\frac{AF}{AC} = K = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2a-1}{2a-1+2a+1} = \frac{1}{3}$$

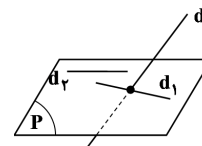
$$\Rightarrow \frac{2a-1}{4a} = \frac{1}{3} \Rightarrow 6a-3 = 4a \Rightarrow a = 3$$

۶ - پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: استدلال \* هندسه (فصل ۴ ◀ درس ۱)

گزینه ها را بررسی می کنیم.

گزینه ۱: نادرست؛ اگر خطی با صفحه ای متقاطع باشد، با خطوط آن صفحه متقاطع یا متنافر است.

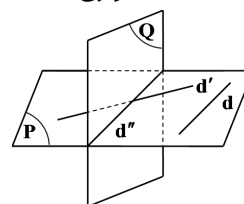


$d_1$  و  $d_2$  متقاطع اند.

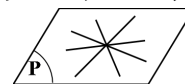
$d_1$  و  $d_2$  متنافرند.

گزینه ۲ نادرست؛ اگر دو صفحه متمایز متقاطع باشند، آنگاه هر خط داخل یکی از این دو صفحه با صفحه دیگر موازی یا متقاطع است. در شکل مقابل خط

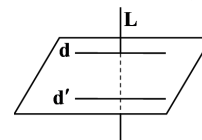
با صفحه Q موازی، خط  $d'$  با صفحه Q متقاطع و خط  $d''$  منطبق بر صفحه Q است.



گزینه ۳: درست؛ دو صفحه P و Q موازی و متمایز هستند، هر خط داخل صفحه P با صفحه Q موازی است.



گزینه ۴: نادرست؛ در فضا اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، ممکن است دیگری را قطع نکند.



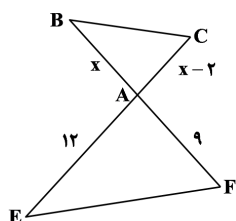
در شکل مقابل،  $d' \parallel d$  و  $L$  و  $d$  متقاطع هستند، ولی  $L$  و  $d'$  متقاطع نیستند.

۷ - پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه (فصل ۲ ◀ درس ۴)

نکته: در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k، نسبت مساحت ها برابر  $k^2$  است.

چون  $x-2 < x$ ، پس ضلع  $x-2$  با ضلع ۹ و ضلع  $x$  با ضلع ۱۲ متناسب است. بنابراین:



$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{x-2}{9} \Rightarrow 12x - 24 = 9x \Rightarrow 3x = 24 \Rightarrow x = 8$$

بنابراین نسبت تشابه برابر است با:

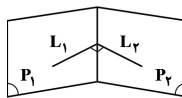
$$k = \frac{AE}{AB} = \frac{12}{x} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

در نتیجه نسبت مساحت ها برابر است با:

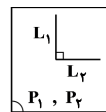
$$k^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

۸ - پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۱)  
گزینه های ۲، ۳ و ۴ ممکن است درست باشد؛ ولی گزینه ۱ نمی تواند در هیچ حالتی درست باشد. (به شکل های زیر دقت کنید.)



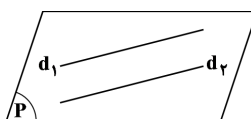
گزینه های ۳ و ۴



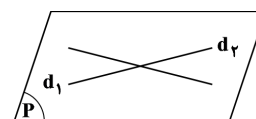
گزینه ۲

۹ - پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۱)  
نکته: دو خط در صفحه یا موازیند یا متقاطع.



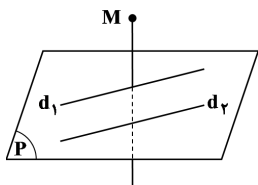
«موازی»



«متقاطع»

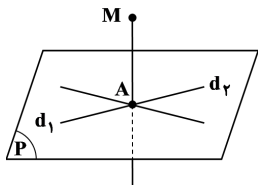
با توجه به نکته، دو خط  $d_1$  و  $d_2$  در صفحه  $P$ ، دو حالت می توانند داشته باشند:  
حالت اول:

دو خط  $d_1$  و  $d_2$  موازیند، در این صورت هیچ خطی از  $M$  نمی توان رسم کرد که هر دو خط  $d_1$  و  $d_2$  را قطع کند.



حالت دوم:

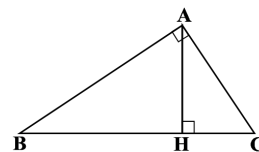
دو خط  $d_1$  و  $d_2$  در نقطه  $A$  متقاطعند. در این صورت خط گذرنده از نقاط  $M$  و  $A$  خطی است که هر دو خط  $d_1$  و  $d_2$  را قطع می کند و تنها یک خط با چنین شرایطی موجود است.



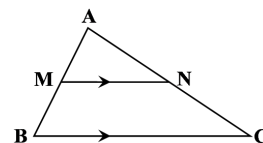
بنابراین حداکثر یک خط در شرایط مسئله صدق می کند و گزینه ۳ پاسخ است.

۱۰ - پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه (فصل ۲ - درس ۴)  
نکته (روابط طولی در مثلث قائم الزاویه):

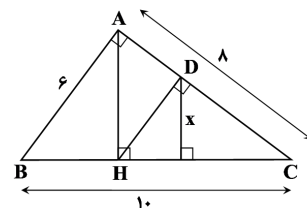


$$\begin{aligned} AB^2 &= BH \cdot BC \\ AC^2 &= CH \cdot BC \\ AB \times AC &= AH \times BC \\ AB^2 + AC^2 &= BC^2 \\ AH^2 &= CH \cdot BH \end{aligned}$$



نکته (قضیه تالس و تعمیم آن): اگر در یک مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند؛ آنگاه روابط زیر برقرار است:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \text{(نسبت جزء به جزء)}: \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \text{ قضیه تالس} \\ \text{(نسبت جزء به کل)}: \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \text{ تعمیم قضیه تالس} \end{cases}$$



ابتدا مطابق شکل طول AH را می یابیم:

$$\triangle ABC: AH = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{24}{5}$$

اینک در مثلث AHC طول AD و DC را محاسبه می کنیم:

$$\begin{aligned} \triangle AHC: AH^2 &= AD \times AC \Rightarrow \left(\frac{24}{5}\right)^2 = AD \times 8 \Rightarrow AD = \frac{2 \times 24}{25} = \frac{48}{25} \\ \Rightarrow DC &= AC - AD = 8 - \frac{48}{25} = \frac{152}{25} \end{aligned}$$

اکنون با استفاده از تعمیم قضیه تالس در مثلث AHC داریم:

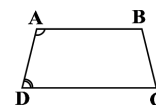
$$\frac{DC}{AC} = \frac{x}{AH} \Rightarrow \frac{152/25}{8} = \frac{x}{24/5} \Rightarrow x = 3/0.72$$

بنابراین گزینه ۲ درست است.

۱۱ - پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* هندسه (فصل ۳ ◀ درس ۱)

نادرستی گزینه های ۱، ۲ و ۴ را بررسی می کنیم:



(۱) تعریف ارائه شده در این گزینه، مربوط به مستطیل است، نه مربع.

(۲) در متوازی الاضلاع «هر دو زاویه مجاور مکمل هستند.» یعنی نبودن واژه «هر» در ابتدای این گزینه باعث شده نتوان الزاماً نتیجه گرفت که شکل متوازی الاضلاع است.

به دوزنقه ABCD روبه رو نگاه کنید. دو زاویه A و D مجاور هستند و  $\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$ ، اما این چهارضلعی متوازی الاضلاع نیست.

(۴) در شکل زیر، قطرها بر هم عمود هستند، ولی شکل مربع نیست.



۱۲ - پاسخ: گزینه ۱

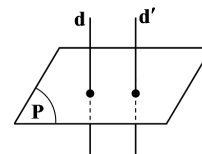
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* هندسه (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: هر شکل فضایی را از سه نمای بالا، روبه رو و چپ می توان ترسیم کرد.

گزینه ۱ پاسخ است.

۱۳ - پاسخ: گزینه ۴

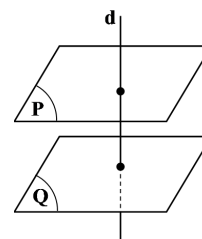
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه (فصل ۴ ◀ درس ۱)



گزینه ها را بررسی می کنیم:

(۱) درست؛ دو خط عمود بر یک صفحه، موازی اند.

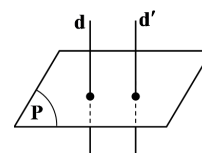
$$d \perp P, d' \perp P \Rightarrow d \parallel d'$$



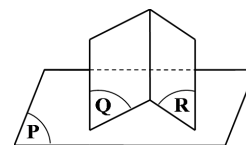
(۲) درست؛ دو صفحه عمود بر یک خط، موازی اند.

$$P \perp d, Q \perp d \Rightarrow P \parallel Q$$

(۳) درست؛ صفحه عمود بر یکی از دو خط موازی، بر دیگری نیز عمود است.



$$P \perp d, d \parallel d' \Rightarrow P \perp d'$$



(۴) نادرست؛ دو صفحه عمود بر یک صفحه، ممکن است متقاطع باشند. در شکل زیر، صفحات Q و R بر صفحه P عمودند و با یکدیگر متقاطع هستند.

۱۴ - پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* هندسه (فصل ۴ ◀ درس ۱)

نکته: دو خط در فضا یا موازی اند یا متقاطع اند یا متنافر.

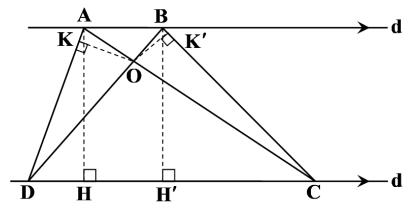
نکته: دو صفحه در فضا یا موازی اند یا متقاطع.

نکته: یک خط و یک صفحه در فضا یا موازی اند یا متقاطع اند یا خط درون صفحه قرار دارد.

با توجه به نکات بالا، گزینه ۱ پاسخ است.

۱۵ - پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه (فصل ۳ ◀ درس ۲)



مساحت دو مثلث ADC و BDC برابرند، زیرا:  $AH = BH'$  و داریم:

$$\left. \begin{aligned} S_{\triangle ADC} &= \frac{1}{2} AH \cdot DC \\ S_{\triangle BDC} &= \frac{1}{2} BH' \cdot DC \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{\triangle ADC} = S_{\triangle BDC}$$

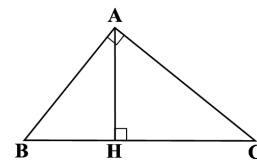
مساحت مثلث ODC را از طرفین تساوی فوق کم می کنیم:

$$\begin{aligned} S_{\triangle ADC} - S_{\triangle ODC} &= S_{\triangle BDC} - S_{\triangle ODC} \Rightarrow S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC} \Rightarrow \frac{1}{2} OK \cdot AD = \frac{1}{2} OK' \cdot BC \Rightarrow OK \cdot AD = OK' \cdot BC \\ \Rightarrow 3 \times 6 &= OK' \times 8 \Rightarrow OK' = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} \end{aligned}$$

۱۶ - پاسخ: گزینه ۳

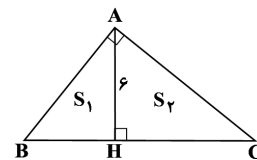
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه (فصل ۲ ◀ درس ۴)

نکته: در مثلث قائم الزاویه با رسم ارتفاع وارد بر وتر دو مثلث به وجود می آید که هر دو با مثلث اصلی و با هم متشابه اند.  
نکته: اگر دو مثلث در یک ارتفاع مشترک باشند، آنگاه نسبت مساحت های آن ها برابر است با نسبت اضلاع نظیر این دو ارتفاع.  
نکته: بر طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:



$$\begin{aligned} AH^2 &= BH \cdot CH \\ AB^2 &= BH \cdot BC \\ AC^2 &= CH \cdot BC \\ AH \cdot BC &= AB \cdot AC \end{aligned}$$

طبق اطلاعات مسئله داریم:



$$\frac{S_1}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_2}{S_{\triangle ABC}} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \qquad \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

دو مثلث ABH و ACH، دارای ارتفاع مشترک AH اند، پس:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{BH}{CH} = \frac{1}{3}$$

اکنون با فرض  $BH = x$ ، داریم:

$$\begin{cases} BH = x \\ CH = 3x \end{cases}, AH^2 = BH \cdot CH \Rightarrow 6^2 = x \cdot 3x = 3x^2 \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

$$BC = BH + CH = 4x = 8\sqrt{3} \qquad \text{در نتیجه:}$$

۱۷ - پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه (فصل ۴ ◀ درس ۲)

برای یافتن حداکثر تعداد مکعب ها، باید تعداد کل مکعب ها را از تعداد مکعب های نمای روبه رو کم کنیم:  
 برای یافتن حداقل تعداد مکعب ها، باید تعداد مکعب های برداشته شده در نمای روبه رو را در تعداد ردیف های پشت سر آن ضرب کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \times 3 \times 3 - 6 = 21 \\ 9 - 6 = 3 \Rightarrow 3 \times 3 = 9 \\ \text{تعداد ردیف های پشت سر} = 3 \end{array} \right.$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۱۸ - پاسخ: گزینه ۳

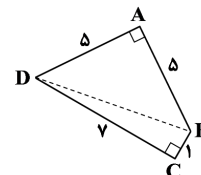
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: استدلال \* هندسه (فصل ۳ ◀ درس ۲)

نکته: در مثلث قائم الزاویه ABC ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

ابتدا قطر BD را رسم می کنیم تا چهارضلعی را به دو مثلث قائم الزاویه تقسیم کنیم.

$$\hat{A}BD: AB^2 + AD^2 = BD^2 \Rightarrow BD^2 = 25 + 25 = 50$$



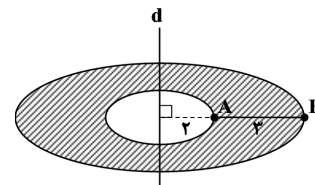
$$\hat{B}CD: BC^2 + CD^2 = BD^2 \Rightarrow CD^2 = 50 - 1 = 49 \Rightarrow CD = 7$$

اکنون برای محاسبه مساحت چهارضلعی ABCD، مساحت دو مثلث را با هم جمع می کنیم.

$$S_{ABCD} = S_{\hat{A}BD} + S_{\hat{B}CD} = \frac{5 \times 5}{2} + \frac{7 \times 1}{2} = \frac{25}{2} + \frac{7}{2} = 16$$

۱۹ - پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه (فصل ۴ ◀ درس ۲)



شکل حاصل از دوران، مساحت بین دو دایره هم مرکز به شعاع های ۲ و ۵ است، پس داریم:

$$S = \pi \times 5^2 - \pi \times 2^2 = 25\pi - 4\pi = 21\pi$$

۲۰ - پاسخ: گزینه ۱

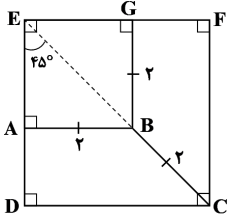
▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: استدلال \* هندسه (فصل ۳ ◀ درس ۱)

مطابق شکل روبه رو و مفروضات سؤال، داریم:

$$AB = BC = BG = 2$$

اگر از E به B و C وصل کنیم، قطرهای دو مربع رسم می شوند که هر دو قطر باید با ED زاویه ۴۵° بسازند، پس E، B و C روی یک خط راست واقع اند و داریم:

$$EB = 2\sqrt{2} \Rightarrow EC = EB + BC = 2\sqrt{2} + 2$$

اگر ضلع مربع بزرگ را  $a$  در نظر بگیریم، داریم:

$$a\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 2 \Rightarrow a = \frac{2\sqrt{2} + 2}{\sqrt{2}} = 2 + \sqrt{2}$$