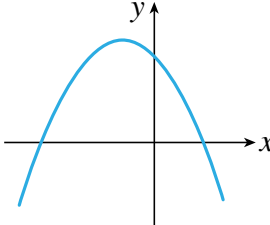
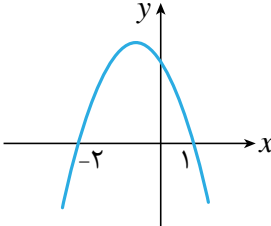
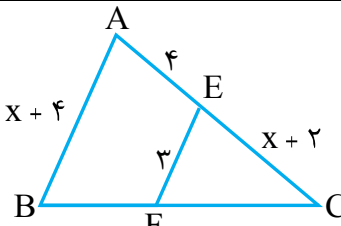
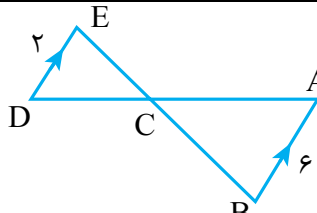
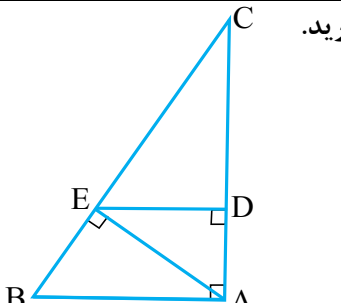


«بسمه تعالی»

نام و نام خانوادگی:		ساعت شروع: ۸ صبح		رشته: علوم تجربی		آزمون نوبت اول: ریاضی ۲	
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶		تعداد صفحه: ۲		پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	
ردیف		همه پاسخ‌ها را فقط با خودکار مشکی یا آبی و در کادر مشخص شده در پاسخ‌برگ بنویسید.					
نمره							
۱		درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. (الف) دو خط $y = 3x - 5$ و $x - 3y + 5 = 0$ بر هم عمود هستند. (ب) مثال نقض، مثالی است که برای رد یک حکم کلی استفاده می‌شود. (پ) دو تابع $f(x) = \frac{ x }{x}$ و $g(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$ با هم مساوی‌اند.					
۰/۷۵							
۲		جاهای خالی را با کلمه یا عدد مناسب پر کنید. (الف) اگر عرض یک مستطیل طلایی برابر $\sqrt{5} - 1$ باشد، اندازه طول آن برابر است. (ب) محل برخورد یک مثلث، مرکز دایره‌ای است که از هر سه رأس مثلث عبور می‌کند. (پ) وارون تابع $f(x) = x^3 + 2x + 3$ ، محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول قطع می‌کند.					
۰/۷۵							
۳		گزینه درست را انتخاب کنید. (الف) شکل مقابل نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است. کدام گزینه زیر همواره صحیح است؟ (۱) $ab + c < 0$ (۲) $bc + a < 0$ (۳) $ac < b$ (۴) $(\frac{b}{a})^2 < ac$ (ب) تابع $f(x) = x^2 + 2mx - 3$ در بازه $[m + 2, +\infty)$ یک‌به‌یک است. حدود m کدام است؟ (۱) $m \leq 1$ (۲) $m \geq -2$ (۳) $m \geq -1$ (۴) $m \leq -2$					
۱							
۴		نقاط $A(1, -7)$ و $B(7, 1)$ ، دو سر قطر دایره‌ای هستند که بر خط $3x + 4y + a = 0$ مماس است. مقادیر ممکن برای a را به دست آورید.					
۱/۵							
۵		شکل مقابل نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + 2$ است. مقادیر a و b را به دست آورید.					
۱							
۶		(الف) اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 4x + 2 = 0$ باشند، بدون حل معادله، حاصل $\alpha^2\beta + \beta^2\alpha$ را به دست آورید. (ب) ابعاد مستطیلی را به دست آورید که محیط و مساحت آن برابر ۲۰ باشد.					
۱/۵							
۷		معادلات زیر را حل کنید. (الف) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x} = 2$ (ب) $\frac{2x}{x^2-1} + \frac{x-2}{x^2-x} = \frac{-4}{x+1}$					
۲							
۸		مراحل رسم عمود منصف پاره خط AB را با رسم شکل توضیح دهید.					
۱							
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»							

نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	آزمون نوبت اول: ریاضی ۲		
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶	تعداد صفحه: ۲	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه		
نمره	همه پاسخ‌ها را فقط با خودکار مشکی یا آبی و در کادر مشخص شده در پاسخ‌برگ بنویسید.			ردیف	
۲		الف) ثابت کنید در هر مثلث، پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل می‌کند، با ضلع سوم موازی و مساوی نصف آن است. ب) در شکل مقابل $EF \parallel AB$ است، مقدار x را بیابید.			۹
۱/۲۵		در شکل زیر $DE \parallel AB$ و $AB = 6$ و $DE = 2$ است، نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث CDE را به دست آورید.			۱۰
۱/۲۵		در شکل مقابل $AC = 8$ و $AB = 6$ طول پاره‌خط‌های CE و DE را به دست آورید.			۱۱
۱	نمودار تابع $y = 2 - \sqrt{x+1}$ را با کمک انتقال تابع $y = \sqrt{x}$ رسم کنید و برد آن را مشخص کنید.				۱۲
۱	جواب‌های معادله $2x^2 - 3x = [x] + [-x]$ را به دست آورید.				۱۳
۱/۲۵	الف) وارون تابع $f(x) = \frac{5-3x}{2}$ را به دست آورید. ب) نمودار تابع $g(x) = -\frac{1}{x}$ با دامنه $(-\infty, 0)$ و تابع g^{-1} را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.				۱۴
۱/۷۵	اگر $f(x) = \sqrt{10x - x^2}$ و $g(x) = \frac{x-4}{x^2-3x}$ باشند، ابتدا دامنه توابع f و g را به دست آورید و سپس بدون تشکیل تابع $\frac{f}{g}$ ، دامنه تابع $(\frac{f}{g})(x)$ را به دست آورید.				۱۵
۱	توابع $f = \{(1,2), (3,2), (4,0), (5,-1)\}$ و $g = \{(1,4), (4,3), (2,1), (5,2)\}$ مفروضند. تابع $2f + g^{-1}$ را به دست آورید.				۱۶
۲۰	جمع نمره				«موفق و پیروز باشید.»



۱۲۰ دقیقه

مدت امتحان

۰۴/۱۰/۰۶

تاریخ امتحان

ریاضی ۲

آزمون نوبت اول

۷

تعداد صفحات

۱۱

پایه

علوم تجربی

رشته

«راهنمای تصحیح آزمون»

پاسخ سؤال ۱:

الف) نادرست (۲۵/۰ نمره)

توضیح بیشتر: می‌دانیم اگر دو خط با شیب‌های m و m' بر هم عمود باشند، شیب آن‌ها قرینه و معکوس یکدیگر است، یعنی:

$$m' = -\frac{1}{m} \Rightarrow mm' = -1$$

بنابراین:

$$y = 3x - 5 \Rightarrow m = 3$$

$$x - 3y + 5 = 0 \Rightarrow 3y = x + 5 \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3} \Rightarrow m' = \frac{1}{3} \Rightarrow m' \neq -\frac{1}{m}$$

ب) درست (۲۵/۰ نمره)

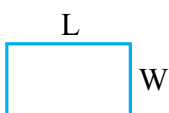
پ) نادرست (۲۵/۰ نمره)

توضیح بیشتر: ضابطه دو تابع یکسان است، ولی دامنه آن‌ها با هم برابر نیست:

$$y = \frac{|x|}{x} \Rightarrow y = \begin{cases} \frac{x}{x} & x > 0 \\ -\frac{x}{x} & x < 0 \end{cases} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}, D_g = \mathbb{R} \Rightarrow D_f \neq D_g$$

پاسخ سؤال ۲:

الف) ۲ (۲۵/۰ نمره)

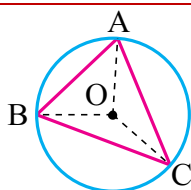


$$\frac{L}{W} = \frac{L+W}{L} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$W = \sqrt{5} - 1 \Rightarrow \frac{L}{W} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{L}{\sqrt{5}-1} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow L = \frac{5-1}{2} = 2$$

بنابراین:

ب) عمودمنصف اضلاع (عمودمنصف‌ها) (۲۵/۰ نمره)



توضیح بیشتر: دایره C از هر سه رأس عبور کرده بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} OA = OB = r \Rightarrow AB \text{ عمودمنصف } O \\ OA = OC = r \Rightarrow AC \text{ عمودمنصف } O \\ OB = OC = r \Rightarrow BC \text{ عمودمنصف } O \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{مرکز دایره محل برخورد} \\ \text{عمودمنصف‌های اضلاع است.} \end{array}$$

پ) ۳ (۲۵/۰ نمره)

توضیح بیشتر: اگر f^{-1} ، وارون تابع f باشد می‌دانیم: $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$ اگر $x = \alpha$ محل برخورد f^{-1} با محور طول‌ها باشد، داریم:

$$f^{-1}(\alpha) = 0 \Rightarrow f(0) = \alpha \xrightarrow{f(x) = x^2 + 2x + 2} f(0) = 2 \Rightarrow \alpha = 2$$

پاسخ سؤال ۳:

الف) گزینه ۲ (۵/۰ نمره)



توضیح بیشتر: با توجه به شکل دهانه سهمی روبه پایین است، پس $a < 0$ از طرفی عرض از مبدأ مثبت است، پس $c > 0$. طول رأس سهمی در ناحیه دوم است، یعنی: $-\frac{b}{2a} < 0 \xrightarrow{a < 0} b < 0$. اکنون گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

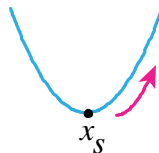
۱) $ab > 0, c > 0 \Rightarrow ab + c > 0$ ✗

۲) $bc < 0, a < 0 \Rightarrow bc + a < 0$ ✓

۳) $ac < 0, b < 0 \Rightarrow$ نمی‌توان گفت حتماً $ac < b$ است ✗

۴) $\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow b^2 > 4ac \Rightarrow \frac{b^2}{4} > ac$ ✗

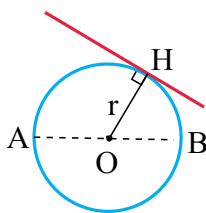
(ب) گزینه ۳ (۵/۰ نمره)



توضیح بیشتر: با توجه به شکل، سهمی در بازه $[x_s, +\infty)$ و زیرمجموعه‌های آن یا در بازه $(-\infty, x_s]$ و زیرمجموعه‌های آن یک‌به‌یک است. بنابراین:

$$x_s \leq m+2 \Rightarrow \frac{-2m}{4} \leq m+2 \Rightarrow -m \leq m+2 \Rightarrow m \geq -1$$

پاسخ سؤال ۴:



چون نقاط A و B دو سر قطر دایره هستند، پس وسط آن‌ها مرکز دایره است: (به شکل فرضی نگاه کنید)

$$\left. \begin{matrix} A(1, -7) \\ B(7, 1) \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{وسط } AB \text{ } O\left(\frac{1+7}{2}, \frac{-7+1}{2}\right) = (4, -3) \quad (0/25)$$

طول OA یا OB یا $\frac{AB}{2}$ برابر شعاع دایره است:

$$A(1, -7) \text{ و } O(4, -3) \Rightarrow OA = \sqrt{(1-4)^2 + (-7+3)^2} = \sqrt{9+16} = 5 \Rightarrow r = 5 \quad (0/25)$$

چون خط $3x + 4y + a = 0$ بر دایره مماس است، پس فاصله مرکز دایره تا خط مفروض همان شعاع دایره است، بنابراین:

$$\left\{ \begin{matrix} O(4, -3) \\ 3x + 4y + a = 0 \end{matrix} \right. \Rightarrow OH = \frac{|3(4) + 4(-3) + a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|a|}{5} \quad (*) \quad (0/25)$$

$$h = r \Rightarrow \frac{|a|}{5} = 5 \Rightarrow |a| = 25 \Rightarrow a = \pm 25 \quad (0/25)$$

(*) در صورتی که فرمول نوشته نشده و فقط به $\frac{|a|}{5}$ رسیده است، (۵/۰ نمره) تعلق گیرد.

پاسخ سؤال ۵:

روش اول: $x = -2$ و $x = 1$ صفرهای تابع هستند، پس معادله آن به صورت زیر است:

$$y = a(x - \alpha)(x - \beta) \Rightarrow y = a(x + 2)(x - 1) = a(x^2 + x - 2) = ax^2 + ax - 2a \quad (0/25)$$

با توجه به این که ضابطه سهمی به صورت $y = ax^2 + bx + 2$ است، پس:



۱۲۰ دقیقه

مدت امتحان

۰۴/۱۰/۰۶

تاریخ امتحان

ریاضی ۲

آزمون نوبت اول

۷

تعداد صفحات

))

پایه

علوم تجربی

رشته

«راهنمای تصحیح آزمون»

$$\begin{cases} -2a = 2 \Rightarrow a = -1 & (0/25) \\ b = a \Rightarrow b = -1 & (0/25) \end{cases} \Rightarrow y = -x^2 - x + 2$$

روش دوم: مجموع صفرهای تابع برابر $S = -1$ و حاصل ضرب آنها برابر $P = -2$ است، بنابراین:

$$y = ax^2 + bx + 2 \Rightarrow \begin{cases} P = \frac{c}{a} = \frac{-2}{-1} = 2 \Rightarrow a = -1 & (0/25) \\ S = -\frac{b}{a} = -\frac{b}{-1} = -1 \Rightarrow b = -1 & (0/25) \end{cases}$$

پاسخ سؤال ۶:

الف) با توجه به روابط بین ریشه‌ها داریم:

$$x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} P = \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2 \\ S = -\frac{b}{a} = \frac{4}{1} = 4 \end{cases}$$

$$\alpha^2\beta + \beta^2\alpha = \alpha\beta(\alpha + \beta) = 2(4) = 8 \quad (0/25)$$

ب) روش اول: اگر α و β ابعاد مستطیل باشند، داریم:

$$\text{محیط} = 20 \Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 20 \Rightarrow \alpha + \beta = 10$$

$$\text{مساحت} = 20 \Rightarrow \alpha \cdot \beta = 20$$

پس جمع دو عدد α و β برابر $S = 10$ و ضرب آنها برابر $P = 20$ است.

بنابراین این دو عدد جواب‌های معادله زیر هستند:

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + 20 = 0 \xrightarrow{\Delta = 100 - 80 = 20} x = \frac{10 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{10 + \sqrt{20}}{2} = 5 + \sqrt{5} & (0/25) \quad (\beta = 5 + \sqrt{5} \text{ یا}) \\ \beta = \frac{10 - \sqrt{20}}{2} = 5 - \sqrt{5} & (0/25) \quad (\alpha = 5 - \sqrt{5} \text{ یا}) \end{cases}$$

روش دوم: اگر α و β ابعاد مستطیل باشند، داریم:

$$\alpha + \beta = 10 \Rightarrow \beta = 10 - \alpha \quad (0/25)$$

$$\alpha \cdot \beta = 20 \xrightarrow{(1)} \alpha(10 - \alpha) = 20 \Rightarrow 10\alpha - \alpha^2 = 20 \Rightarrow \alpha^2 - 10\alpha + 20 = 0 \quad (0/25)$$

$$\xrightarrow{\Delta = 20} \begin{cases} \alpha = 5 + \sqrt{5} \Rightarrow \beta = 5 - \sqrt{5} & (0/25) \\ \text{یا} \\ \alpha = 5 - \sqrt{5} \Rightarrow \beta = 5 + \sqrt{5} & (0/25) \end{cases}$$

پاسخ سؤال ۷:

الف) با تغییر ظاهر معادله و توان رساندن طرفین داریم:

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} &= 2 - \sqrt{x} \Rightarrow (\sqrt{x+1})^2 = (2 - \sqrt{x})^2 \\ \Rightarrow x+1 &= 4 - 4\sqrt{x} + x \Rightarrow 4\sqrt{x} = 3 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{9}{16} & (0/25) \end{aligned}$$



(ب) طرفین را در ک.م.م.م خرج‌ها ضرب می‌کنیم.

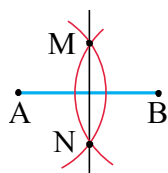
$$\left[\frac{2x}{(x-1)(x+1)} + \frac{x-2}{x(x-1)} = \frac{-4}{x+1} \right] \xrightarrow{\times x(x-1)(x+1)}$$

$$\underbrace{2x(x) + (x-2)(x+1) = -4(x)(x-1)}_{(\circ/\Delta)} \Rightarrow \underbrace{2x^2 + x^2 - x - 2 = -4x^2 + 4x}_{(\circ/\Delta)}$$

$$\Rightarrow \underbrace{7x^2 - 5x - 2 = 0}_{(\circ/2\Delta)} \xrightarrow{\Delta=1} x = \frac{\Delta \pm 9}{14} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ غلق } (\circ/2\Delta) \\ x=-\frac{2}{7} \checkmark (\circ/2\Delta) \end{cases}$$

دقت کنید $x = 1$ مخرج کسر اول و دوم را صفر می‌کند و قابل قبول نیست.

پاسخ سوال ۸:

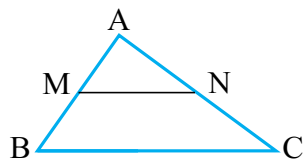


ابتدا دهانه پرگار را به اندازه بیشتر از نصف طول AB باز می‌کنیم (۲۵/۰ نمره) و از A و B دو کمان می‌زنیم تا یکدیگر را در نقاط M و N قطع کنند. (۲۵/۰ نمره)

خط گذرنده از نقاط M و N عمود منصف AB است. (رسم شکل ۵/۰ نمره)

پاسخ سؤال ۹:

(الف) فرض می‌کنیم نقاط M و N وسط اضلاع AB و AC باشند، بنابر این:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AM}{MB} = 1 \\ \frac{AN}{NC} = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \underbrace{\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}}_{(o/\gamma\delta)} \Rightarrow MN \parallel BC \quad (o/\gamma\delta)$$

یا

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2} \\ \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \underbrace{\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{AC}}_{(o/\gamma\delta)} \Rightarrow MN \parallel BC \quad (o/\gamma\delta)$$

اکنون با توجه به تعمیم تالس داریم:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \underbrace{\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}}_{(o/\gamma\delta)} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2} BC \quad (o/\gamma\delta)$$

(ب) با توجه به تعمیم تالس داریم:

$$\begin{aligned} \text{EF} \parallel \text{AB} &\Rightarrow \frac{\text{CE}}{\text{CA}} = \frac{\text{EF}}{\text{AB}} \Rightarrow \underbrace{\frac{x+\gamma}{x+\delta} = \frac{\gamma}{x+\epsilon}}_{(\circ/\Delta)} \Rightarrow x^\gamma + \delta x + \lambda = \gamma x + \lambda \lambda \\ &\Rightarrow \underbrace{x^\gamma + \gamma x - \lambda \circ}_{(\circ/\gamma\Delta)} = \circ \Rightarrow (x + \Delta)(x - \gamma) = \circ \xrightarrow{x>\circ} \underbrace{x}_{(\circ/\gamma\Delta)} = \gamma \end{aligned}$$



مدت امتحان ۱۲۰ دقیقه

تاریخ امتحان ۰۴/۱۰/۰۶

ریاضی ۲

آزمون نوبت اول

۷

تعداد صفحات

۱۱

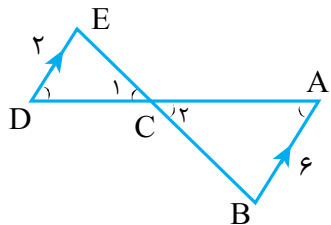
پایه

علوم تجربی

رشته

«راهنمای تصحیح آزمون»

پاسخ سؤال ۱۰:



با توجه به قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{B} = \hat{E} \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases} \text{ متقابل به راس } \begin{cases} \hat{E} = \hat{B} \quad (0/25) \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \quad (0/25) \end{cases}$$

بنابراین دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle CDE$ به حالت (ز ز) متشابه هستند.

اکنون نسبت تشابه را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\triangle ABC \sim \triangle CDE}{(0/25)} \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{6}{2} = 3 \quad (0/25)$$

پس نسبت مساحت این دو مثلث برابر مربع نسبت تشابه یعنی ۹ است، پس:

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CDE}} = (3)^2 = 9 \quad (0/25)$$

پاسخ سؤال ۱۱:

ابتدا طول BC را به کمک رابطه فیثاغورس به دست می‌آوریم:

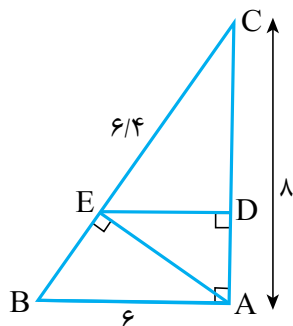
$$BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow BC^2 = 100 \Rightarrow BC = 10 \quad (0/25)$$

با توجه به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$(AC^2 = CE \times CB) \Rightarrow (6^2 = CE \times 10) \Rightarrow CE = 6/4 \quad (0/25)$$

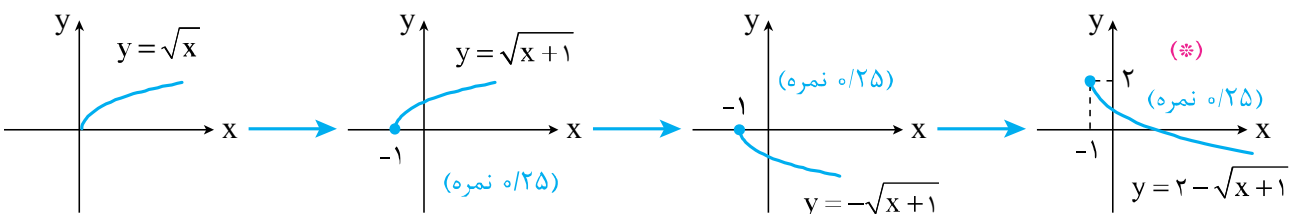
اکنون با کمک تعمیم تالس طول DE را به دست می‌آوریم:

$$DE \parallel AB \Rightarrow \frac{CE}{CB} = \frac{DE}{AB} \Rightarrow \frac{6/4}{10} = \frac{DE}{6} \Rightarrow DE = 3/8 \quad (0/25)$$



پاسخ سؤال ۱۲:

نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را یک واحد به سمت چپ آورده و سپس نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم و نمودار حاصل را ۲ واحد به سمت بالا می‌بریم، تا نمودار تابع $y = 2 - \sqrt{x+1}$ به دست آید.



با توجه به شکل برد تابع مجموعه $(-\infty, 2]$ است. (۰/۲۵) نمره

(*) اگر دانش‌آموزی فقط شکل آخر را به درستی رسم کرده و نقطه $(-1, 2)$ را مشخص کرده است نمره کامل تعلق گیرد و اگر نقطه $(-1, 2)$ را مشخص نکرده (۰/۲۵) نمره کسر شود.



۲۰ دقیقه

مدت امتحان

۰۴/۱۰/۰۶

تاریخ امتحان

ریاضی ۲

آزمون نوبت اول

۷

تعداد صفحات

۱)

پایه

علوم تجربی

رشته

«راهنمای تصحیح آزمون»

پاسخ سؤال ۱۳:

می‌دانیم:

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

حالا معادله بالا را در دو حالت زیر حل می‌کنیم:

$$1) x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \underbrace{2x^2 - 3x = 0}_{(0/25)} \Rightarrow x(2x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = 0 \quad (0/25)$$

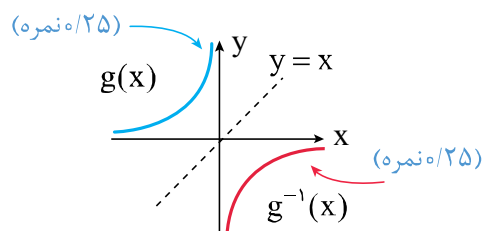
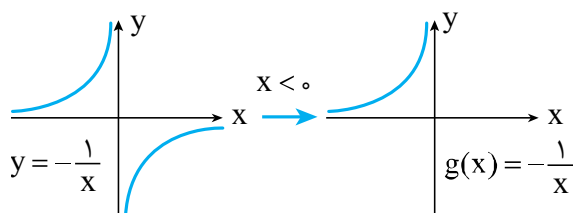
$$1) x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \underbrace{2x^2 - 3x = -1}_{(0/25)} \Rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta=1} \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{x \notin \mathbb{Z}} x = \frac{1}{2} \quad (0/25)$$

پاسخ سؤال ۱۴:

$$\text{الف) } y = \frac{5-3x}{2} \Rightarrow 2y = 5-3x \Rightarrow 3x = 5-2y \Rightarrow x = \frac{5-2y}{3} \Rightarrow \underbrace{f^{-1}(x) = \frac{5-2x}{3}}_{(0/25)}$$

(ب) نمودار $y = -\frac{1}{x}$ قرینه نمودار $y = \frac{1}{x}$ نسبت به محور x ها است.

بنابراین:

اکنون نمودار $g(x)$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه می‌کنیم تا تابع g^{-1} به دست آید.

پاسخ سؤال ۱۵:

ابتدا دامنه f و g را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \sqrt{10x - x^2} \Rightarrow 10x - x^2 \geq 0 \xrightarrow{x=0, x=10} \begin{array}{c|c|c|c} x & 0 & & 10 \\ \hline 10x - x^2 & 0 & + & 0 \end{array} \Rightarrow D_f = [0, 10] \quad (0/5)$$

$$g(x) = \frac{x-4}{x^2-3x} \Rightarrow x^2 - 3x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0, 3 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0, 3\} \quad (0/5)$$

اکنون داریم:

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$



آزمون نوبت اول	ریاضی ۲	تاریخ امتحان	۰۴/۱۰/۰۶	مدت امتحان	۱۲۰ دقیقه
رشته	علوم تجربی	پایه	۱۱	تعداد صفحات	۷

«راهنمای تصحیح آزمون»

پس باید معادله $g(x) = 0$ را حل کنیم:

$$g(x) = 0 \Rightarrow x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \quad (0/25)$$

حال داریم:

$$D_f \cap D_g = \underbrace{(0, 1] - \{3\}}_{(0/25)} \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = (0, 1] - \{3, 4\} \quad (0/25)$$

پاسخ سؤال ۱۶:

ابتدا تابع g^{-1} را می‌نویسیم، یعنی جای مؤلفه‌های اول و دوم تابع g را عوض می‌کنیم.

$$g^{-1} = \{(4, 1), (3, 4), (1, 2), (2, 5)\} \quad (0/25)$$

تابع g^{-1} و f در اعضای دامنه $\{1, 3, 4\}$ مشترک هستند، بنابراین:

$$2f + g^{-1} = \{(1, 2(2) + 2), (3, 2(2) + 4), (4, 2(0) + 1)\} = \{(1, 6), (3, 8), (4, 1)\} \quad (*) \quad (0/75) \text{ هر زوج مرتب } (0/25) \text{ نمره}$$

(*) اگر بدون محاسبه g^{-1} به جواب صحیح رسیده است، نمره کامل تعلق گیرد.