



۱. درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. (۲ نمره)

الف) در صفحه P دو نقطه A و B به فاصله ۴ از یکدیگر قرار دارند. فقط دو نقطه در این صفحه وجود دارد که به فاصله ۳ از A و B واقع شده باشند. **درست**

ب) در هر مثلث بزرگ‌ترین ارتفاع نظیر بزرگ‌ترین ضلع است. **نا درست**

ج) اگر $\frac{x}{y} = \frac{n+1}{m+1}$ باشد، آنگاه داریم: $\frac{x}{y} = \frac{n}{m}$ **نا درست**

د) در فضا دو خط عمود بر یک خط با هم موازی هستند. **نا درست**

۲. جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید تا گزاره درست باشد. (۲ نمره)

الف) هر نقطه که **از دو ضلع** زاویه به یک فاصله باشد، روی نیم‌ساز آن زاویه قرار دارد.

ب) در یک چند ضلعی به هر پاره خطی که دو رأس غیر مجاور را به هم وصل می‌کند **قطر** می‌گویند.

ج) از دوران نیم دایره حول شعاع عمود بر قطر آن **نیم کره** ساخته می‌شود.

د) در فضا دو صفحه **عمود بر هم** هستند هرگاه هر کدام شامل خطی باشد که بر دیگری عمود است.

۳. در مثلث ABC اگر $\hat{B} > \hat{C}$ باشد، با برهان خلف ثابت کنید $AC > AB$ (۱/۲۵ نمره)

فرض می‌کنیم $AC \leq AB$

(۱) اگر $AC = AB$ آنگاه مثلث ABC متساوی‌الساقین است $\hat{B} = \hat{C}$ ✖

(۲) اگر $AC < AB$ آنگاه طبق قضیه ۱ داریم: $\hat{B} < \hat{C}$ ✖

در این صورت فرض خلف باطل است و حکم برقرار است.

۴. عکس قضایای زیر را بنویسید. سپس مشخص کنید کدام یک از آن‌ها دو شرطی است. (۱ نمره)

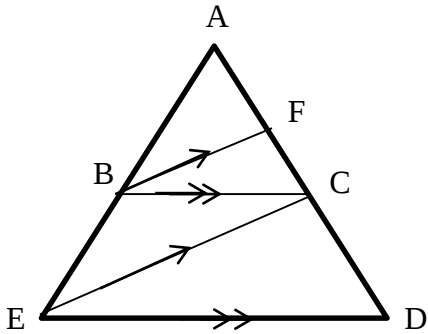
الف) در مستطیل قطرها برابرند.

اگر در یک چهارضلعی قطرهای برابر باشند آن شطرنج مستطیل است.

ب) در لوزی قطرهای عمود منصف یکدیگر هستند.

اگر در یک چهارضلعی عمود منصف یکدیگر باشند آن شطرنج لوزی است (دو شرطی)

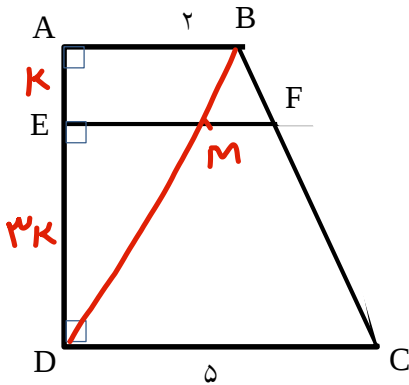
۵. در شکل مقابل $BF \parallel CE$ و $BC \parallel ED$. اگر $AF=2$ و $FC=2$ باشد، اندازه CD را به دست آورید. (۱/۲۵ نمره)



$$\frac{AF}{FC} = \frac{AB}{BE} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\rightarrow \frac{AB}{BE} = \frac{AC}{CD} = \frac{4}{CD} = 1 \rightarrow CD = 4$$

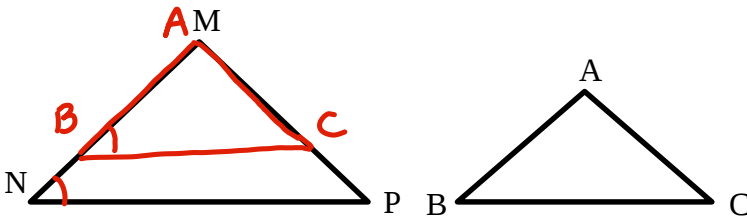
۶. در ذوزنقه قائم الزاویه مقابل EF موازی قاعده هاست و $ED=3AE$. نسبت مساحت ذوزنقه $EFCD$ به مساحت ذوزنقه $ABFE$ را به دست آورید. (۱/۵ نمره)



$$\left. \begin{aligned} \frac{FM}{5} &= \frac{1}{2} \rightarrow FM = \frac{5}{2} \\ \frac{EM}{2} &= \frac{3}{2} \rightarrow EM = \frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow EF = \frac{11}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} S_{EFCD} &= \frac{1}{2} \left(\frac{11}{2} + 5 \right) \times 3K = \frac{93}{4} K \\ S_{ABFE} &= \frac{1}{2} \left(2 + \frac{11}{2} \right) \times K = \frac{19}{4} K \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{93}{19}$$

۷. در دو مثلث مقابل $\hat{A} = \hat{M}$ و $\hat{B} = \hat{N}$ با کمک قضیه اساسی تشابه ثابت کنید دو مثلث متشابه‌اند. (۱/۵ نمره)

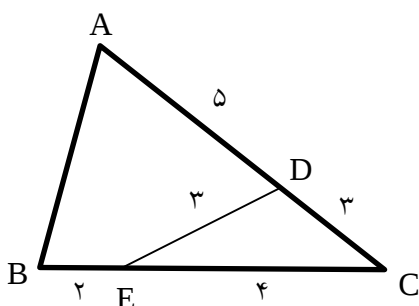


مثلث ABC را از زاویه A بر M منطبق می‌کنیم.

$\hat{B} = \hat{N} \xrightarrow{\text{توازی}} BC \parallel NP$ ضلع فرضی

برای قضیه اساسی تشابه وقتی $BC \parallel NP$ پس در مثلث متشابه‌اند

$$ABC \sim MNP$$



۸. با توجه به اندازه‌های داده شده در شکل مقابل: (۱/۵ نمره)

(الف) ثابت کنید دو مثلث ABC و CDE متشابه‌اند.

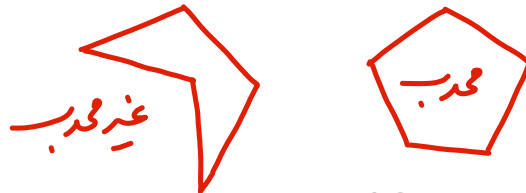
(ب) اندازه ضلع AB را به دست آورید.

$$\left. \begin{aligned} \frac{CD}{BC} &= \frac{3}{7} \\ \frac{EC}{AC} &= \frac{4}{8} \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{C} = \hat{C} \rightarrow CDE \sim ABC \rightarrow \frac{ED}{AB} = \frac{1}{2} \rightarrow AB = 6$$

۹. الف) تعداد قطرهای یک n ضلعی دو برابر تعداد ضلع‌های آن است. n را به دست آورید. (۱ نمره)

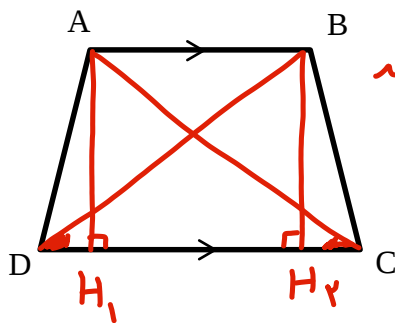
$$\frac{n(n-3)}{2} = 2n \rightarrow \frac{n-3}{2} = 2 \rightarrow n = 7$$

ب) دو پنج ضلعی رسم کنید که یکی محدب و دیگری غیر محدب باشد.



۱۰. در ذوزنقه مقابل دو قطر AC و BD با هم برابرند. با رسم دو ارتفاع از رئوس A و B ثابت کنید این ذوزنقه

متساوی الساقین است: $AD=BC$ (۱/۵ نمره)



در مثلث قائمه AH_1C ، BH_2D به حالت (دو ضلع) هم‌بند اند

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C}_1 = \hat{D}_1 \\ \text{ضلع } CD \text{ مشترک} \\ AC = BD \text{ فرض} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ضلع}} \triangle ACD \cong \triangle BCD \rightarrow AD = BC$$

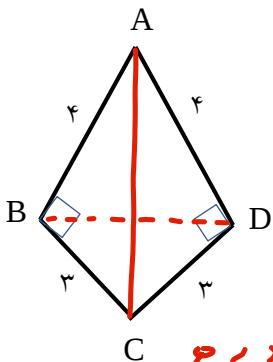
۱۱. از ویژگی‌های زیر هر کدام که مربوط به متوازی الاضلاعی که لوزی نیست می‌باشد را علامت بزنید. (۵/۰ نمره)

☐ قطر‌ها نیمساز زوایا هستند.

☒ اضلاع رو به رو برابرند.

☐ قطر‌ها عمود بر یکدیگرند.

☒ قطر‌ها منصف یکدیگرند.



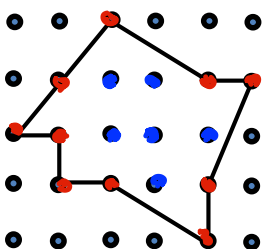
۱۲. اندازه قطر BD را به دست آورید. چهارضلعی $ABCD$ کایت است. (۱ نمره)

$$AC^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow AC = 5 \quad \text{نشیخوری}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 2 = 12 \quad \text{مساحت}$$

$$S = \frac{1}{2} BD \times AC = 12 \rightarrow BD = \frac{24}{5} = 4,8$$

۱۳. الف) مساحت چندضلعی شبکه‌ای روبه رو را با استفاده از فرمول پیک محاسبه کنید. (۱ نمره)



$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{10}{2} + 6 - 1 = 10$$

ب) کمترین مساحت چندضلعی شبکه‌ای که دارای ۲ نقطه درونی می‌باشد ... است.

۱۴. شکل رو به رو منشوری با قاعده دوزنقه است. (۰/۷۵ نمره)

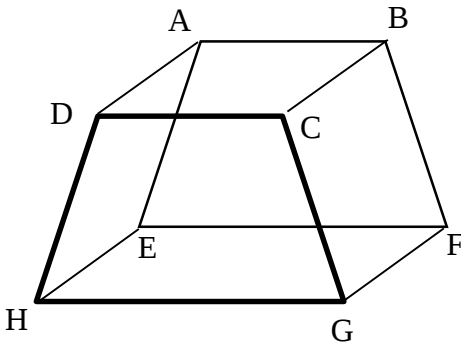
الف) سه نقطه هم صفحه نام ببرید. B, C, F

ب) AE فصل مشترک کدام دو صفحه است؟ (نام ببرید)

$AEFB, AEHD$

پ) دو خط FG و DH با هم چه نسبتی دارند؟

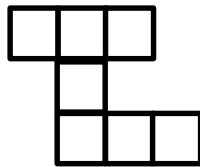
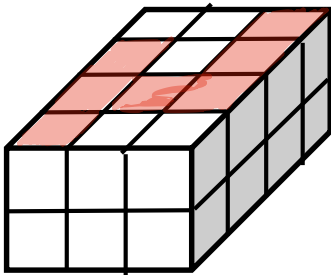
متساوی



۱۵. در مکعب مستطیل مقابل حداقل و حداکثر چند مکعب واحد برداریم تا نمای بالا

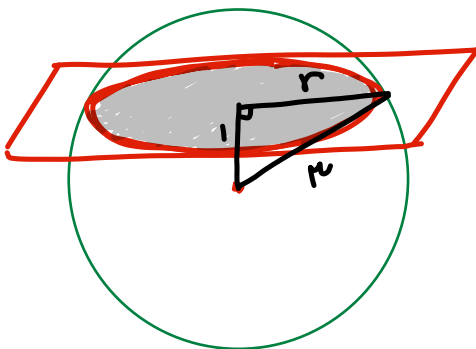
به صورت زیر دیده شود؟ (۰/۵ نمره)

حداقل ۱ مکعب
حداکثر ۱۷ مکعب



۱۶. صفحه‌ای به فاصله ۱ از مرکز کره‌ای به شعاع ۳ آن را قطع کرده است. مساحت شکل حاصل از این برش را به دست

آورید. (۱ نمره)

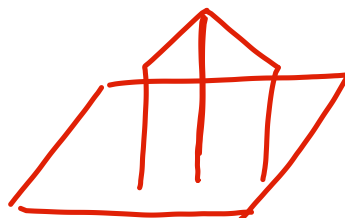
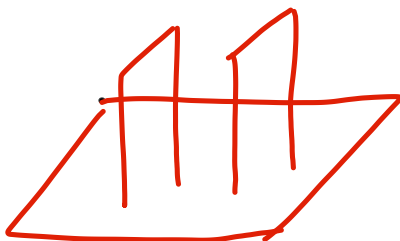


$$r^2 = 3^2 - 1^2 = 8$$

$$\rightarrow S = \pi r^2 = 8\pi$$

۱۷. دو صفحه عمود بر یک صفحه رسم کنید و با توجه به شکل بنویسید که این دو صفحه چه نسبتی‌هایی با هم می‌توانند

داشته باشند. (۰/۷۵ نمره)



متقاطع یا موازی باشند.