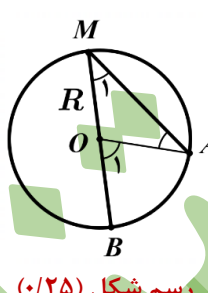
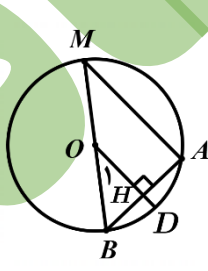
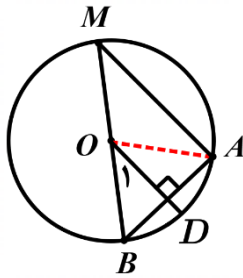


راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷	
تعداد صفحه:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران			
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴				مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir			
ردیف		راهنمای نمره‌گذاری					
نمره							
		همکار محترم، از زحمات شما سپاسگزاریم. لطفاً به موارد زیر دقت فرمایید: ۱. تاکید می‌شود که ملاک نمره‌گذاری، راهنمای نمره‌گذاری است و از اعمال سلیقه خودداری شود. اما برای پاسخ‌های صحیح دیگر هر سوال به تناسب، نمره منظور شود تا حقی از دانش‌آموز ضایع نشود. ۲. در این راهنمای نمره‌گذاری، برخی سوالات از چندین روش حل شده است (برخی از روش‌ها فقط فرم نگارش آن متفاوت با روش‌های دیگر است). اما در کتاب درسی، اکثر این سوالات به روش نخست حل شده‌اند. ارائه این روش‌ها فقط به جهت درنظر گرفتن روش‌های احتمالی دانش‌آموزان و اختصاص نمره به ایشان است و پرداختن به این روش‌ها در کلاس درس توصیه نمی‌شود. ۳. معمولاً، رسیدن به جواب نهایی سوال، در چند مرحله انجام می‌شود. در صورتی که دانش‌آموز در مراحل ابتدایی اشتباه کرده باشد، اما با توجه به آن اشتباه بقیه موارد را درست انجام داده باشد، فقط نمره آن اشتباه کسر شود و به بقیه مراحل درست، نمره داده شود. ۴. این راهنمای نمره‌گذاری، در ساعات اولیه بعد از برگزاری امتحان به صورت غیرقابل استناد منتشر می‌شود و پس از بررسی نهایی، به صورت رسمی و قابل استناد منتشر می‌شود. لطفاً دقت فرمایید که نمره‌گذاری شما بر طبق راهنمای نهایی و قابل استناد باشد.					
۱	الف) نادرست صفحه ۱۲	ب) نادرست صفحه ۲۰	ج) درست مشابه تمرین ۲ صفحه ۴۲	د) درست صفحه ۳۶	بارم هر قسمت (۰/۲۵)		۱
۲	الف) دو صفحه ۱۱	ب) محاطی صفحه ۲۵	ج) انتقال صفحه ۳۹	د) ۳۶۰° صفحه ۴۸	بارم هر قسمت (۰/۲۵)		۱
۱.۲۵	روش اول: مرکز دایره را به نقطه A وصل می‌کنیم.  رسم شکل (۰/۲۵) $OM = OA = R \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A} \quad (1) \quad (0/25)$ زاویه $\hat{O}_1$ در مثلث OAM خارجی است لذا: $\hat{O}_1 = \hat{M}_1 + \hat{A} \quad (2) \quad (0/25)$ $\hat{O}_1 = 2\hat{M}_1 \Rightarrow BA = 2\hat{M}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 = \frac{BA}{2} \quad (1), (2) \Rightarrow \quad (0/25)$ روش دوم: وتر AB و شعاع عمود بر آن را رسم می‌کنیم. در نتیجه  رسم شکل (۰/۲۵) $OH \perp AB \Rightarrow BH = AH, \quad BD = DA \quad (0/25)$ $\left. \begin{array}{l} \frac{BO}{BM} = \frac{BH}{BA} = \frac{1}{2} \\ \hat{B} = \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OBH \sim \triangle MAB \Rightarrow \hat{M} = \hat{O}_1 = BD = \frac{AB}{2} \quad (0/25)$						

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷	
تعداد صفحه:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir			
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری				نمره

روش سوم:

وتر AB و شعاع عمود بر آن را رسم می‌کنیم. در نتیجه

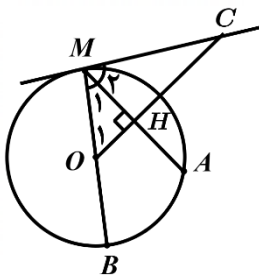
رسم شکل (۰/۲۵)

$$OD \perp AB \Rightarrow BD = DA \Rightarrow \hat{O}_1 = \frac{BA}{2} \quad (۱) \quad (۰/۲۵)$$

از طرفی چون در مثلث AMB میانه وارد بر یک ضلع، نصف آن ضلع است، لذا مثلث قائم‌الزاویه است. (۰/۲۵) پس

$$\left. \begin{array}{l} MA \perp AB \\ OD \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow MA \parallel OD \Rightarrow \hat{M} = \hat{O}_1 \xrightarrow{(۱)} \hat{M} = \frac{BA}{2} \quad (۰/۲۵)$$

۱.۲۵



رسم شکل (۰/۲۵)

روش چهارم:

از نقطه M خطی بر دایره، مماس می‌کنیم. همچنین، از نقطه O به وتر AM عمود می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا خط مماس را در نقطه C قطع کند. در نتیجه

۳

$$OH \perp AM \Rightarrow O_1 = \frac{AM}{2} \quad (۰/۲۵)$$

$$O_1 + M_1 = M_r + M_1 = 90^\circ \Rightarrow M_r = O_1 \quad (۰/۲۵)$$

$$M_1 + M_r = 90^\circ = \frac{180^\circ}{2} = \frac{BA + AM}{2} \quad (۰/۲۵)$$

$$M_1 + \frac{AM}{2} = \frac{BA + AM}{2} \Rightarrow M_1 = \frac{BA}{2} \quad (۰/۲۵)$$

قضیه صفحه ۱۴

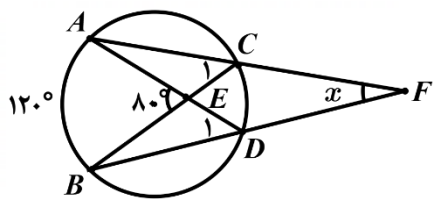
راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
		Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

۱

$$\underbrace{\frac{120^\circ + y}{2}}_{(0/25)} = 80^\circ, \quad \underbrace{\frac{120^\circ - y}{2}}_{(0/25)} = x \Rightarrow \underbrace{y = 40^\circ}_{(0/25)}, \quad \underbrace{x = 40^\circ}_{(0/25)}$$

روش اول:

روش دوم: با استفاده از ویژگی‌های زاویه محاطی و زاویه خارجی داریم:

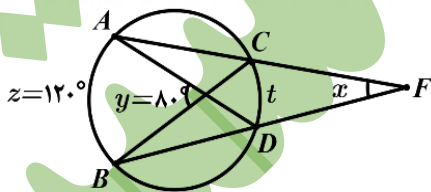


$$\begin{aligned} 80^\circ &= \hat{C}_1 + \hat{A} = \underbrace{\frac{120^\circ}{2}}_{(0/25)} + \hat{A} \Rightarrow \hat{A} = 20^\circ \quad (*) \\ \hat{D}_1 &= \underbrace{\frac{120^\circ}{2}}_{(0/25)} = 60^\circ \\ \hat{D}_1 &= \hat{A} + x \quad (*) \\ &\underbrace{= 20^\circ + x}_{(0/25)} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{x = 40^\circ}_{(0/25)}$$

۴

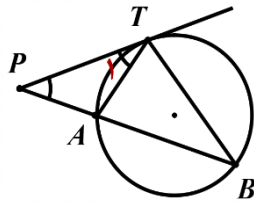
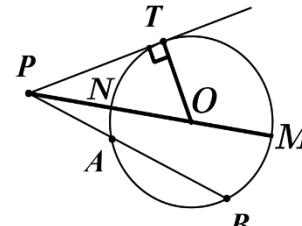
روش سوم:

$$\underbrace{y = \frac{z+t}{2}}_{(0/25)}, \quad \underbrace{x = \frac{z-t}{2}}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{x+y}_{(0/25)} = \underbrace{z}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{x+80^\circ}_{(0/25)} = \underbrace{120^\circ}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{x = 40^\circ}_{(0/25)}$$

تذکر: در صورت به دست آوردن جواب به کمک رابطه $x + y = z$ بدون اثبات، فقط (۰/۵) نمره تعلق گیرد.

مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۶

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

۱.۲۵	روش اول: از نقطه T به A و B وصل می‌کنیم.  رسم شکل (۰/۲۵) $\begin{cases} P = P & (۰/۲۵) \\ T = B = \frac{TA}{2} & (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\triangle PAT \sim \triangle PBT}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{PT}{PA} = \frac{PB}{PT}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow PT^2 = PA \times PB$	۵
	روش دوم: نقطه P را به مرکز دایره وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم. سپس نقاط برخورد با دایره را M و N می‌نامیم. قرار می‌دهیم $OP = d$. پس  رسم شکل (۰/۲۵) $\begin{aligned} PN \times PM = PA \times PB &\Rightarrow (d - R)(d + R) = PA \times PB \\ &\Rightarrow \underbrace{PA \times PB = d^2 - R^2}_{(۰/۲۵)} \quad (۱) \end{aligned}$ از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle OPT$ داریم $\underbrace{OT^2 + PT^2 = OP^2}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow PT^2 = d^2 - R^2 \quad (۲)$ بنابر روابط (۱) و (۲) داریم $PT^2 = PA \times PB$. (۰/۲۵) (در صورتی که PA از مرکز بگذرد، اثبات به روش مشابه برقرار است) قضیه صفحه ۱۹	
۱.۵	فرض کنیم طول خط‌المركزین دو دایره برابر d و طول شعاع‌های آنها R و R' باشد. ($R > R'$) طول مماس مشترک خارجی $= \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$ و طول مماس مشترک داخلی $= \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$ (۰/۲۵) در نتیجه $\begin{aligned} ۱۰^2 &= ۲۶^2 - (R + R')^2 & \text{و} & \quad ۲۴^2 = ۲۶^2 - (R - R')^2 \\ &\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۲۵)} & & \underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۲۵)} \end{aligned}$ $\Rightarrow R + R' = ۲۴$, $R - R' = ۱۰ \Rightarrow R = ۱۷, R' = ۷$ (۰/۵) تذکر: اگر دانش آموز به جای نوشتن فرمول مستقیماً اعداد را در فرمول جایگذاری کند، نمره کامل منظور گردد. مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۳	۶

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: یازدهم	راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)
ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران			تعداد صفحه:
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	
نمره	راهنمای نمره‌گذاری		ردیف

روش اول:

$$S = \frac{1}{2} a h_a \quad \text{یا} \quad \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2S} \quad (1) \quad \text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2S}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2S} \quad (2)$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{2P}{2S} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

روش دوم:

با توجه به شکل داریم

$$h_a = c \sin B \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{1}{c \sin B} \quad (1)$$

(۰/۲۵)

$$\text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{1}{b \sin A}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{1}{a \sin C} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{c \sin B} + \frac{1}{a \sin C} + \frac{1}{b \sin A}$$

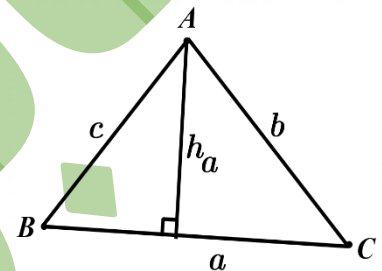
(۰/۲۵)

$$= \frac{a}{ca \sin B} + \frac{b}{ab \sin C} + \frac{c}{bc \sin A}$$

(۰/۲۵)

$$= \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{2P}{2S} = \frac{P}{S} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵)



روش سوم: ابتدا دایره محاطی داخلی مثلث را رسم می‌کنیم. حال با توجه به شکل داریم:

$$S_{OBC} + S_{OAC} + S_{OAB} = S_{ABC}$$

(۰/۲۵)

$$\Rightarrow \frac{1}{2} ar + \frac{1}{2} br + \frac{1}{2} cr = S = \frac{1}{2} ah_a$$

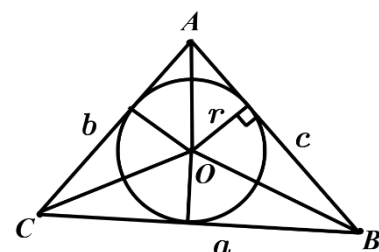
$$\Rightarrow h_a = \frac{ar + br + cr}{a} = \frac{rP}{a} \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{rP} \quad (1)$$

(۰/۲۵)

$$\text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{c}{rP}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{b}{rP} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{rP} + \frac{b}{rP} + \frac{c}{rP} = \frac{2P}{rP} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)



راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	

روش چهارم:

$$S = \frac{1}{2} a h_a \Rightarrow rP = \frac{1}{2} a h_a \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2rP} \quad (1)$$

(۰/۲۵)

$$\text{به طور مشابه } \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2rP}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2rP} \quad (2)$$

(۰/۲۵)

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2rP} + \frac{b}{2rP} + \frac{c}{2rP} = \frac{2P}{2rP} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵)

روش پنجم: فرض کنیم R شعاع دایره محیطی مثلث باشد. پس

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ab \left(\frac{c}{2R} \right) = \frac{abc}{4R} \quad (1)$$

(۰/۲۵)

$$\Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{2R}{bc}, \quad abc = 4RS$$

(۰/۲۵)

$$\text{به طور مشابه } \frac{1}{h_c} = \frac{2R}{ab}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{2R}{ac} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{2R}{bc} + \frac{2R}{ac} + \frac{2R}{ba} = \frac{2R(a+b+c)}{abc} = \frac{4RP}{4RS} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵)

تمرین ۵ صفحه ۳۰

روش اول:

$$AB + CD = (AM + BM) + (DP + CP) = (AQ + BN) + (DQ + CN)$$

(۰/۲۵)

$$= (AQ + DQ) + (BN + CN) = AD + BC$$

(۰/۲۵)

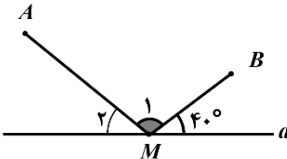
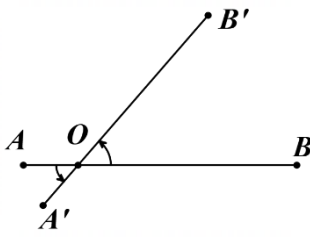
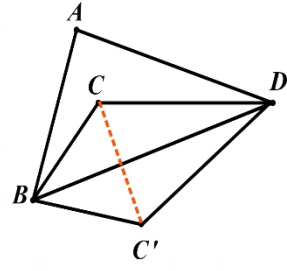
روش دوم:

$$AM = AQ = x, \quad QD = DP = y \Rightarrow \begin{cases} MB = BN = AB - x \\ PC = NC = DC - y \end{cases} \quad (۰/۵)$$

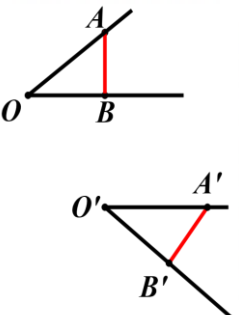
$$\Rightarrow AD + CB = (x + y) + (AB - x + CD - y) = AB + CD$$

(۰/۲۵)

قضیه صفحه ۲۷

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
۰.۵	 $\hat{M}_2 = 40^\circ \Rightarrow \hat{M}_1 = 100^\circ$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) نتیجه سوال صفحه ۵۲			
۱	 اگر T یک دوران به مرکز O و زاویه α باشد، با توجه به شکل تحت T داریم: $T(A) = A' \quad , \quad T(B) = B' \Rightarrow OA = OA' \quad , \quad OB = OB'$ (۰/۲۵) $\Rightarrow AB = OA + OB = OA' + OB' = A'B'$ (۰/۵) رسم شکل (۰/۲۵) تذکر: به جواب مسأله، با رسم شکل و به صورت نوشتار فارسی (به طور کامل)، نیز نمره کامل داده شود. قضیه صفحه ۴۱			
۱	 روش اول: ابتدا بازتاب نقطه C را تحت BD به دست می‌آوریم و آن را C' می‌نامیم. بنابراین میزان افزایش مساحت برابر است با: $S_{BC'DC} = 2S_{BDC} = 2\left(\frac{1}{2} CB \times CD \sin C\right) = 5 \times 8 \times \frac{1}{2} = 20$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۲۵) روش دوم: ارتفاع BH را رسم می‌کنیم. $\hat{C}_1 = 30^\circ$ لذا $BH = \frac{1}{2} BC = \frac{5}{2}$ (۰/۲۵). بنابراین میزان افزایش مساحت برابر است با: $2S_{BDC} = 2\left(\frac{1}{2} BH \times CD\right) = 2\left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 8\right) = 20$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۲۵) مشابه تمرین ۵ صفحه ۵۴			

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)			پایه: یازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷	
تعداد صفحه:			مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه			ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران		
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir					
ردیف			راهنمای نمره‌گذاری					
نمره			۱.۲۵					



(فرض کنیم T یک تبدیل طولپا باشد. در این صورت با توجه به شکل، تحت T داریم:

$$T(O) = O' , \quad T(A) = A' , \quad T(B) = B'$$

در نتیجه پاره‌خط‌های OA ، OB و AB به ترتیب به پاره‌خط‌های $O'A'$ ، $O'B'$ و $A'B'$ تصویر می‌شود. چون تبدیل طولپاست داریم: (۰/۲۵)

$$OA = O'A' , \quad OB = O'B' , \quad AB = A'B'$$

(۰/۲۵)

رسم تصویر زاویه (۰/۲۵) $\Rightarrow \overset{\Delta}{AOB} \cong \overset{\Delta}{A'O'B'} \Rightarrow \hat{O} = \overset{\wedge}{O'}$ (۰/۵)

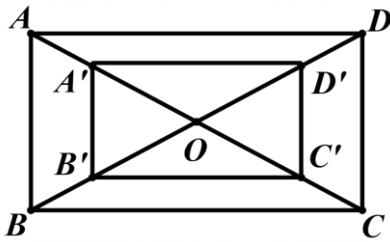
قضیه صفحه ۳۵

تذکر: در پنج خط اول اشاره به سه پاره خط، تصویر آنها و مفهوم طولپا بودن به هر بیانی (ریاضی یا توضیح فارسی)، مد نظر است.

۱۲

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

۱.۲۵

روش اول: اگر S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد داریم:

رسم شکل (۰/۲۵)

$$\underbrace{S - S' = 10}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{S - \frac{4}{9}S}_{(۰/۵)} = 10 \Rightarrow \underbrace{S = 18}_{(۰/۲۵)}$$

روش دوم: اگر S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد داریم:

$$\underbrace{S - S' = 10}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{AB \times AD - A'B' \times A'D'}_{(۰/۵)} = \underbrace{AB \times AD - \frac{2}{3}AB \times \frac{2}{3}AD}_{(۰/۲۵)} = 10 \Rightarrow \underbrace{S = AB \times AD = 18}_{(۰/۲۵)}$$

رسم شکل (۰/۲۵)

روش سوم: اگر S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد داریم:

$$\underbrace{\frac{S'}{S} = k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{S - S'}{S} = \frac{5}{9}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{10}{S} = \frac{5}{9}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow S = 18$$

رسم شکل (۰/۲۵)

روش چهارم: فرض کنیم S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشند و α یکی از زاویه های بین دو قطر

مستطیل باشد. می دانیم در هر مثلث میانه، مثلث را به دو مثلث هم مساحت تقسیم می کند بنابراین:

$$\underbrace{S - S' = 10 \Rightarrow 4S_{OAB} - 4S_{OA'B'}}_{(۰/۲۵)} = 10$$

$$\Rightarrow \underbrace{4\left(\frac{1}{2}OA \times OB \times \sin \alpha\right) - 4\left(\frac{1}{2}OA' \times OB' \times \sin \alpha\right)}_{(۰/۲۵)} = 10$$

$$\Rightarrow \underbrace{OA \times OB \times \sin \alpha - \frac{4}{9}OA \times OB \times \sin \alpha}_{(۰/۲۵)} = 5 \Rightarrow OA \times OB \times \sin \alpha = 9$$

$$\Rightarrow S = 4\left(\frac{1}{2} \times OA \times OB \times \sin \alpha\right) = 18 \quad (۰/۲۵)$$

رسم شکل (۰/۲۵)

مشابه تمرین ۳ صفحه ۴۹

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
		Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

۱.۵

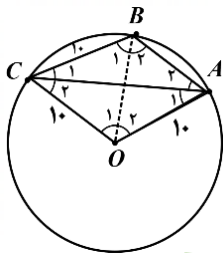
روش اول:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R \Rightarrow \frac{10}{\sin A} = \frac{AC}{\sin 135^\circ} = 2 \times 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 15^\circ \vee A = 30^\circ & \text{ق ق} \\ AC = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \end{cases}$$

روش دوم:

دایره محیطی مثلث را رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:



$$OA = OC = OB = CB = 10$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \triangle COB : O_1 = B_1 = 60^\circ & \quad (1) \\ B_1 + B_2 = 135^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow B_2 = 75^\circ \quad (0/25)$$

$$\triangle AOB : A_1 + A_2 = B_2 = 75^\circ \Rightarrow O_2 = 30^\circ \quad (2) \quad (0/25)$$

$$\stackrel{(1),(2)}{\Rightarrow} \hat{AOC} = 90^\circ \Rightarrow CA^2 = 10^2 + 10^2 \Rightarrow CA = 10\sqrt{2} \quad (0/5)$$

$$\hat{AOC} = 90^\circ \Rightarrow \triangle COA : C_2 = A_1 = 45^\circ \Rightarrow A_2 = 30^\circ \quad (0/5)$$

روش سوم:

در مثلث ABC ، اگر $AB = c$ ، $AC = b$ ، $BC = a = 10$ و با فرض این‌که S مساحت مثلث باشد داریم:

$$S = \frac{1}{2} ac \sin B \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 10 \times c \times \sin 135^\circ = \frac{5\sqrt{2}}{2} c \quad (1) \quad (0/25)$$

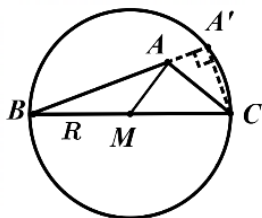
$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ab \left(\frac{c}{2R} \right) = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} 10 = \frac{10bc}{4 \times \frac{5\sqrt{2}}{2} c} \Rightarrow AC = b = 10\sqrt{2} \quad (0/5)$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} = \frac{5\sqrt{2}}{2} c \Rightarrow \sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 15^\circ \vee \hat{A} = 30^\circ \quad \text{ق ق} \quad (0/25)$$

•.Y5

$$\underbrace{a^{\text{r}} > b^{\text{r}} + c^{\text{r}} \Leftrightarrow b^{\text{r}} + c^{\text{r}} - \textcolor{red}{r}bc \cos A > b^{\text{r}} + c^{\text{r}}}_{(\cdot/\textcolor{red}{r}\Delta)} \Leftrightarrow \underbrace{-\textcolor{red}{r}bc \cos A > \cdot}_{(\cdot/\textcolor{red}{r}\Delta)} \Leftrightarrow \underbrace{\cos A < \cdot \Leftrightarrow A > \textcolor{red}{q}^{\circ}}_{(\cdot/\textcolor{red}{r}\Delta)}$$
$$\underbrace{a^r > b^r + c^r \Leftrightarrow b^r + c^r - a^r < 0}_{(\cdot/\text{r}\Delta)} \Leftrightarrow \underbrace{\frac{b^r + c^r - a^r}{\text{r}bc}}_{(\cdot/\text{r}\Delta)} < 0 \Leftrightarrow \underbrace{\cos A < 0}_{(\cdot/\text{r}\Delta)} \Leftrightarrow \underbrace{A > 90^\circ}_{(\cdot/\text{r}\Delta)}$$

فرض کنیم R شعاع دایره محیطی مثلث باشد. در نتیجه:



$$\begin{aligned}
 a^\circ > b^\circ + c^\circ &\Leftrightarrow \textcircled{\text{f}} R^\circ \sin^\circ A > \textcircled{\text{f}} R^\circ \sin^\circ B + \textcircled{\text{f}} R^\circ \sin^\circ C && (\circ / \textcircled{\text{r}} \textcircled{\text{f}}) \\
 &\Leftrightarrow \sin^\circ A > \sin^\circ B + \sin^\circ C \Leftrightarrow \sin^\circ(B + C) > \sin^\circ B + \sin^\circ C \\
 &\Leftrightarrow \sin^\circ B \cos^\circ C + \cos^\circ B \sin^\circ C + \textcircled{\text{f}} \sin B \cos B \sin C \cos C > \sin^\circ B + \sin^\circ C \\
 &\Leftrightarrow \sin^\circ B(\cos^\circ C - 1) + \sin^\circ C(\cos^\circ B - 1) + \textcircled{\text{f}} \sin B \cos B \sin C \cos C > \bullet && (\circ / \textcircled{\text{r}} \textcircled{\text{f}}) \\
 &\Leftrightarrow \sin^\circ B(-\sin^\circ C) + \sin^\circ C(-\sin^\circ B) + \textcircled{\text{f}} \sin B \cos B \sin C \cos C > \bullet \\
 &\Leftrightarrow \cos B \cos C > \sin B \sin C \Leftrightarrow \cos B \cos C - \sin B \sin C > \bullet \\
 &\Leftrightarrow \cos(B + C) > \bullet \Leftrightarrow B + C < 90^\circ \Leftrightarrow A > 90^\circ && (\circ / \textcircled{\text{r}} \textcircled{\text{f}})
 \end{aligned}$$

با توجه به شکل اگر $AM = m_a$, $BC = a$ ابتدا ثابت می کنیم: $\hat{A} > 90^\circ \Leftrightarrow m_a < \frac{a}{2}$

دایره‌ای به قطر BC و به مرکز M وسط ضلع BC می‌زنیم. با توجه به شکل و ویژگی‌های زاویه خارجی داریم:

$$(۰/۲۵) \quad \forall m_\rho < a \stackrel{a=\forall R}{\Leftrightarrow} m_\rho < R \Leftrightarrow (A \text{ نقطهٔ درون دایره باشد}) \Leftrightarrow \hat{A} > \vartheta_0^\circ$$

$$\hat{A} > \mathfrak{A}^\circ \Leftrightarrow m_a < \frac{a}{\mathfrak{r}} \Leftrightarrow m^{\mathfrak{r}}_a < \frac{a^{\mathfrak{r}}}{\mathfrak{r}} \Leftrightarrow \mathfrak{r}m^{\mathfrak{r}}_a < \underbrace{\frac{a^{\mathfrak{r}}}{\mathfrak{r}} \Leftrightarrow \mathfrak{r}m^{\mathfrak{r}}_a + \frac{a^{\mathfrak{r}}}{\mathfrak{r}}}_{(\cdot/\Delta)} < a^{\mathfrak{r}} \Leftrightarrow b^{\mathfrak{r}} + c^{\mathfrak{r}} < a^{\mathfrak{r}}$$

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷		رشته: ریاضی و فیزیک		پایه: یازدهم		راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	
ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران				مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		تعداد صفحه:	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir				دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
نمره		راهنمای نمره‌گذاری				ردیف	

۱

الف) فرض کنیم $a = 6, b = 10, c = 14$.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \Rightarrow 14^2 = 6^2 + 10^2 - 2(6)(10) \cos C \Rightarrow \cos C = -\frac{1}{2} \Rightarrow C = 120^\circ$$

(۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

مشابه کار در کلاس ۲ صفحه ۶۵
ب) مشابه مثال صفحه ۷۱

۱.۲۵ $P = \frac{6+10+14}{2} = 15$ (۰/۲۵)

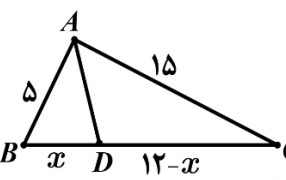
$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{15 \times 9 \times 5 \times 1} = 15\sqrt{3}, S = \frac{1}{2} \times 6 \times h_a = 15\sqrt{3} \Rightarrow h_a = 5\sqrt{3}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱.۵

روش اول:

با فرض $BD = x$ داریم $DC = 12 - x$ در نتیجه



$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{15}{12-x} \Rightarrow x = 3 \Rightarrow BD = 3, DC = 9$$

(۰/۵) (۰/۲۵)

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC = 5 \times 15 - 3 \times 9 = 48 \Rightarrow AD = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

(۰/۵) (۰/۲۵)

توجه: برای به دست آوردن BD, DC روش‌های زیر قابل قبول است:

یا

$$BD = \frac{12 \times 5}{15 + 5} = 3 \Rightarrow CD = 9$$

(۰/۵) (۰/۲۵)

یا

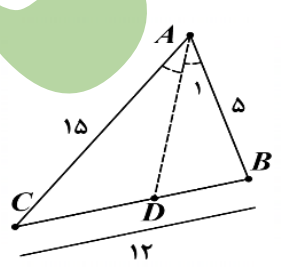
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{AB}{AC+AB} = \frac{BD}{DC+BD} \Rightarrow \frac{5}{20} = \frac{BD}{12} \Rightarrow BD = 3, DC = 9$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

روش دوم:

$$12^2 = 15^2 + 5^2 - 2 \times 15 \times 5 \times \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{53}{75}$$

(۰/۲۵)



$$\Rightarrow \cos^2\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{1 + \cos A}{2} = \frac{1 + \frac{53}{75}}{2} \Rightarrow \cos\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{8}{5\sqrt{3}}$$

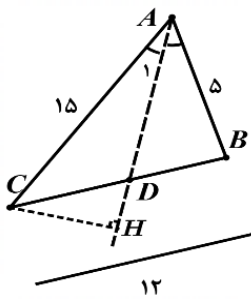
(۰/۲۵)

$$AD = d_a = \frac{2bc \cos\left(\frac{A}{2}\right)}{b+c} = \frac{2 \times 5 \times 15 \times \frac{8}{5\sqrt{3}}}{15+5} = 4\sqrt{3}$$

(۱)

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
		Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

روش سوم:



$$12^2 = 15^2 + 5^2 - 2 \times 15 \times 5 \times \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{53}{75}$$

(۰ / ۲۵)

$$\sin^2 \hat{A}_1 = \frac{1 - \cos \hat{A}}{2} = \frac{11}{75} \Rightarrow \sin \hat{A}_1 = \frac{\sqrt{33}}{15} \Rightarrow CH = \sqrt{33}$$

(۰ / ۵)

$$S_{ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = 8\sqrt{11}$$

(۰ / ۲۵)

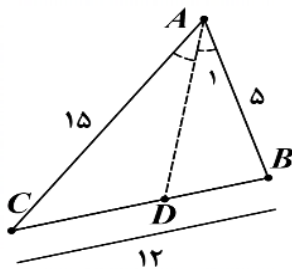
$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{5}{15} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{20}{15} \Rightarrow S_{ADC} = 6\sqrt{11}$$

(۰ / ۲۵)

$$S_{ADC} = 6\sqrt{11} = \frac{1}{2} AD \times CH \Rightarrow AD = 4\sqrt{3}$$

(۰ / ۲۵)

روش چهارم:



$$12^2 = 15^2 + 5^2 - 2 \times 15 \times 5 \times \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{53}{75}$$

(۰ / ۲۵)

$$\sin^2 \hat{A}_1 = \frac{1 - \cos \hat{A}}{2} = \frac{11}{75} \Rightarrow \sin \hat{A}_1 = \frac{\sqrt{33}}{15}$$

(۰ / ۲۵)

$$\cos B = \frac{20 + 144 - 225}{120} = -\frac{7}{15} \Rightarrow \sin B = \frac{4\sqrt{11}}{15}$$

(۰ / ۵)

$$\frac{AD}{\sin B} = \frac{BD}{\sin \hat{A}_1} \Rightarrow \frac{AD}{\frac{4\sqrt{11}}{15}} = \frac{3}{\frac{\sqrt{33}}{15}} \Rightarrow AD = 4\sqrt{3}$$

(۰ / ۵)

روش پنجم: در مثلث ABC ، اگر $AB = c$ ، $AC = b$ ، $BC = a$ ، مساحت و $2P$ محیط مثلث باشد

داریم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC = bc - \frac{ac}{b+c} \times \frac{ab}{b+c}$$

(۰ / ۵)

$$= \frac{bc((b+c)^2 - a^2)}{(b+c)^2} = \frac{bc(2P - 2a)(2P)}{(b+c)^2} = \frac{4bcP(P-a)}{(b+c)^2} \Rightarrow AD = \frac{2}{b+c} \sqrt{bcP(P-a)}$$

(۰ / ۲۵)

$$\Rightarrow AD = \frac{2}{b+c} \sqrt{bcP(P-a)} = \frac{2}{20} \sqrt{16 \times 5 \times 15 \times 4} = 4\sqrt{3}$$

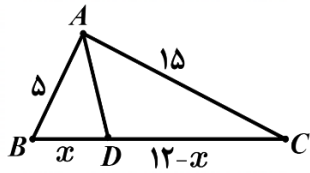
(۰ / ۵)

(۰ / ۲۵)

تذکر: در صورت عدم اثبات فرمول فوق، فقط نمره خط آخر یعنی (۰ / ۷۵) منظور گردد.

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
		Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

روش ششم: استفاده از قضیه استوارت:



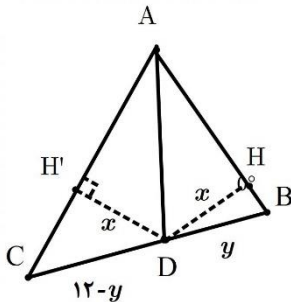
$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{15}{12-x} \Rightarrow x = 3 \Rightarrow BD = 3, DC = 9 \quad (0/25)$$

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times DB = AD^2 \times BC + DB \times DC \times BC \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow 25 \times 9 + 225 \times 3 = 12 \times AD^2 + 3 \times 9 \times 12 \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow AD = 4\sqrt{3} \quad (0/25)$$

روش هفتم:



$$\frac{5}{y} = \frac{15}{12-y} \Rightarrow y = 3, CD = 9 \quad (AC = 15, AB = 5) \quad (0/75)$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} x(5 + 15) = \sqrt{16 \times 11 \times 1 \times 4} \Rightarrow x = \frac{4\sqrt{11}}{5} \quad (0/25)$$

$$BH^2 = 9 - \frac{176}{25} = \frac{49}{25} \Rightarrow BH = \frac{7}{5}, AH = \frac{32}{5} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow AD^2 = \left(\frac{4\sqrt{11}}{5}\right)^2 + \left(\frac{32}{5}\right)^2 \Rightarrow AD = 4\sqrt{3} \quad (0/25)$$

مشابه تمرین ۲ صفحه ۷۰