



۱- درستی یا نادرستی جملات زیر را با "✓" یا "x" مشخص کنید. (۱ نمره)

الف) اگر طرفین یک نامعادله را در عددی منفی ضرب و یا بر عددی منفی تقسیم کنیم، جهت نامساوی تغییر می کند. ☒

ب) رابطه دانش آموزان یک کلاس با نمره ریاضی نوبت اول آنها، یک تابع تشکیل می دهد. ☒

پ) $C(n, 0) = n$ ☒

ت) سن افراد، متغیری کمی و پیوسته است. ☒

۲- جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. (۱ نمره)

الف) در معادله درجه دوم اگر $\Delta > 0$ ، معادله دارای (۲) ریشه حقیقی است.

ب) در تابع همانی، $f(\sqrt{2})$ برابر با ☒ است.

پ) هر مجموعه‌ی ۶ عضوی، دارای (۶) زیر مجموعه‌ی ۲ عضوی است.

ت) در پرتاب دو سکه و یک تاس، فضای نمونه‌ی (۲۴) عضو دارد.

۳- گزینه صحیح را انتخاب کنید. (راه حل لازم نیست)

الف) کدام یک از دنباله‌های زیر، حسابی است؟ (۰.۲۵ نمره)

$$t_n = 5n - 3$$

$$t_n = 5n^2$$

$$t_n = n^2 - 2n^2 + 1$$

$$t_n = \frac{2}{n}$$

ب) نوع کدام متغیر با بقیه فرق دارد؟ (۰.۲۵ نمره)

(۲) رنگ چشم

(۴) کیفیت هوا

(۴) گروه خونی

(۳) جنسیت

$$\frac{0 + 1 + 1 \times 1}{0 - 1} = \frac{2}{-1}$$

پ) حاصل عبارت $\frac{\sin^2 0^\circ + \cos^2 0^\circ + \sin 90^\circ \cdot \cos^2 180^\circ}{\cos^2 90^\circ + \sin 270^\circ}$ کدام است؟ (۰.۵ نمره)

(۲) ۲

(۴) -۱

(۱) صفر

(۳) -۲

ت) اگر $\tan \alpha = 2$ و انتهای زاویه α در ناحیه سوم باشد، مقدار $2 \cos \alpha$ کدام است؟ (۰.۵ نمره)

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + 4 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad \frac{5\sqrt{5}}{0} \quad (2)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{5} \quad \frac{-2\sqrt{5}}{0} \quad (3) \checkmark$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{0} \quad (1)$$

$$\frac{-2\sqrt{5}}{0} \quad (3) \checkmark$$

$$\frac{t_1 \cdot r^0}{t_1 \cdot r^r} = \frac{92}{12}$$

۴- جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی، به ترتیب ۱۲ و ۹۶ می باشند.

دنباله را مشخص کنید. (۱ نمره)

$$\Rightarrow r^r = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$t_1 \cdot r^r = 12 \Rightarrow 4 t_1 = 12 \Rightarrow t_1 = 3$$

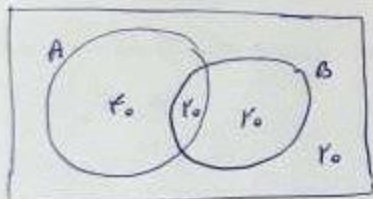
$$3, 6, 12, 24, 48, 96, \dots$$

۵- فرض کنیم A و B زیر مجموعه هایی از مجموعه مرجع U باشند، بطوریکه $n(U) = 100$.

$n(A) = 60$ ، $n(B) = 40$ و $n(A \cap B) = 20$ ، مطلوب است:

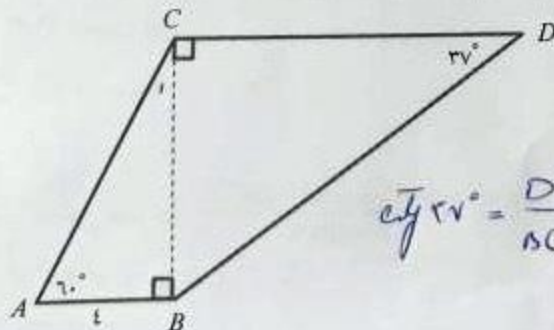
$n(A \cup B)$ و $n(A \cap B')$ (۰.۵ نمره).

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cup B) = 60 + 40 - 20 = 80$$



$$n(A \cap B') = n(A \cup B') - n(A) - n(B') = 40$$

۶- در شکل زیر، اگر $AB = 4$ و $\cot 37^\circ \approx \frac{4}{3}$ باشد، آن گاه طول CD را پیدا کنید. (۱ نمره)



$$\hat{AC} = 37^\circ \Rightarrow AC = 4$$

$$BC = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot 37^\circ = \frac{DC}{BC} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{DC}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow DC = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

۷- هر کدام از اعداد زیر بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟ (۱ نمره)

الف) $5 < \sqrt[3]{91} < 6$ ب) $-45 < \sqrt[3]{-1450} < -44$

۸- اگر x عددی مثبت باشد، مقدار x را در معادله زیر بدست آورید. (۱ نمره)

$$\sqrt[3]{x^3 \sqrt{x^3 \sqrt{x^3}}} = 2 \Rightarrow x^3 \sqrt{x^3 \sqrt{x^3}} = 8 \Rightarrow x^3 \sqrt{x^3} = 8$$

$$\Rightarrow x^4 \sqrt{x} = 8 \Rightarrow x^9 = 64 = 2^6 \Rightarrow x = 2^{\frac{6}{9}} = 2^{\frac{2}{3}}$$

۹- علی ۲ سال از رضا کوچکتر است. اگر ۴ سال بعد، حاصل ضرب سن آنها، ۹۹ سال شود؛ سن علی و

رضا اکنون چند سال است؟ (۱ نمره)

علی: x رضا: $x+2$

$$\Rightarrow (x+2)(x+4) = 99$$

$$\Rightarrow x^2 + 10x + 22 - 99 = 0 \Rightarrow x^2 + 10x - 77 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 308}}{2} = \frac{-10 \pm 20}{2} \begin{cases} x_1 = -15 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

$x = 5$ $x+2 = 7$ $\begin{cases} \text{علی: } 5 \\ \text{رضا: } 7 \end{cases}$

۱۰- یک جسم از بالای یک ساختمان که ۱۳ متر ارتفاع دارد، به هوا پرتاب می شود. اگر ارتفاع این جسم

از سطح زمین در ثانیه t از رابطه $h = -5t^2 + 18t + 13$ محاسبه شود، در چه فاصله زمانی، ارتفاع

توپ از سطح زمین بیشتر از ۱۳ متر خواهد بود؟

$$-5t^2 + 18t + 13 > 13$$

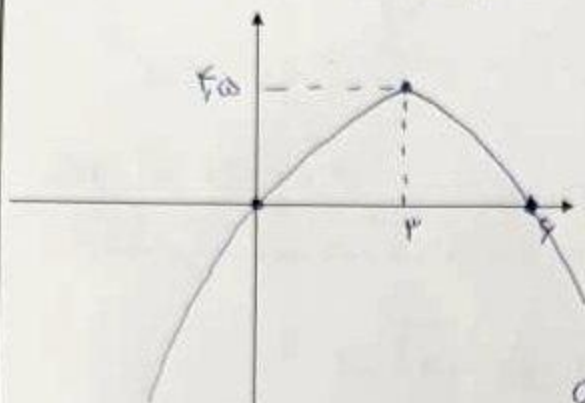
$$-5t^2 + 18t > 0$$

$$t(-5t + 18) > 0$$

	$-\infty$	0	$18/5$	$+\infty$
t	-	-	0	+
$-5t+18$	-	0	+	+
$t(-5t+18)$	+	0	-	+

$$t \in (-\infty, 0) \cup (0, 18/5)$$

۱۱- سهمی $y = -\frac{1}{4}x^2 + 3x$ را رسم کنید. (نقاط مهم سهمی را مشخص کنید) (۱.۵ نمره)



$$\begin{aligned} \frac{0}{-} : x \left(-\frac{1}{4}x + 3 \right) &= 0 \\ \Rightarrow x &= 0, 12 \end{aligned}$$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{-1} = 3$$

$$y_v = \frac{1}{4} \times 9 + 9 = f(6)$$

۱۲- در یک تابع خطی $f(2) = 5$ و $f(4) = -2$ است. نمایش جبری تابع را بنویسید. (۱ نمره)

$$\left. \begin{aligned} f(4) &= 5 \Rightarrow 5 = 4a + b \\ f(2) &= -2 \Rightarrow -2 = 2a + b \end{aligned} \right\} \underline{-v = a}, \underline{b = 19}$$

$$\Rightarrow f(x) = -v x + 19$$

$$D_f = (-\infty, -\infty) \cup [-1, +\infty) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -1 \\ -1 & -1 \leq x < 1 \\ 2x + 1 & x \geq 1 \end{cases} \quad \begin{aligned} & \rightarrow (25, +\infty) \\ & \text{تابع } -1 \\ & \rightarrow [3, +\infty) \end{aligned}$$

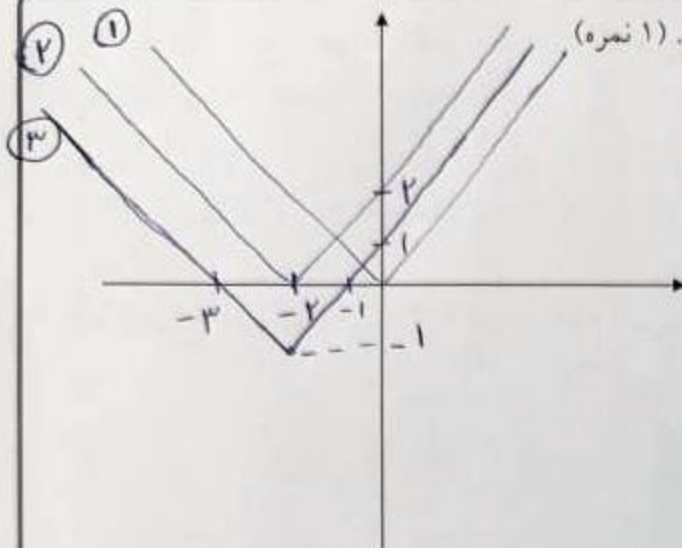
$$R_f = [3, +\infty) \cup \{-1\}$$

(الف) دامنه و برد تابع را مشخص کنید. (۱ نمره)

$$f(-1.0) = (-1.0)^2 = 1.0$$

$$f(f(-1.0)) = f(1.0) = 2.0 + 1 = 3.0$$

(ب) مقدار $f(f(-10))$ را بدست آورید. (۰.۵ نمره)



۱۴- تابع $g(x) = |x+2| - 1$ را رسم کنید. (۱ نمره)

① $g(x) = |x|$

② $g(x) = |x+2|$

③ $g(x) = |x+2| - 1$

۱۵- با حروف کلمه "گل پیرا" و بدون تکرار حروف،

الف) چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت که با "گل" شروع شوند؟ (۰.۵ نمره)

۴!

ب) چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت که در آنها دو حرف "پ" و "ر" در کنار هم باشند؟ (۰.۵ نمره)

۵! × ۲

_____ $\frac{1}{2}$

پ) چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه "پیرا" کنار هم باشند؟ (۰.۵ نمره)

$\binom{2}{1} \times 2 \times 4!$

۱۶- ۳ کتاب داستان، ۲ کتاب علمی و ۴ کتاب ورزشی را به چند حالت می توان کنار هم قرار داد

بطوریکه کتاب های ورزشی کنار هم باشند؟ (۱ نمره)

۴! × ۶!

داستان علمی ورزشی ها ۴! ۶! ۴!

۱۷- اگر حروف کلمه "جهانگردک" را به تصادف کنار هم قرار دهیم، چقدر احتمال دارد:

$$n(S) = 8!$$

الف) حرف "ی" آخر باشد؟ (۰.۵ نمره)

$$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7!}{8!} = \frac{1}{8}$$

ب) دو حرف "ی" و "د" کنار هم باشند؟ (۰.۵ نمره)

$$\frac{n(B)}{n(S)} = \frac{7! \times 2!}{8!} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

پ) با حرف "ج" شروع و به حرف "ی" ختم شود؟ (۰.۵ نمره)

$$[2] \quad 7! \quad [15] \rightarrow 2!$$

۱۸- اگر ۷ نفر که دو نفر آنها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد:

$$\{0+0\} + 5$$

الف) دو برادر کنار یکدیگر نباشند؟ (۰.۵ نمره)

$$S = 7!$$

$$A = 5! \times 2 = \frac{5! \times 2}{7!} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{5}{7}$$

ب) یکی از آنها در ابتدای ردیف و دیگری در انتهای ردیف قرار بگیرند؟ (۰.۵ نمره)

$$[0] \quad 5! \quad [0]$$

$$\frac{5! \times 2}{7!} = \frac{2}{84} = \frac{1}{42}$$