



نام و نام خانوادگی:	نام درس:	تعداد صفحات:	شماره سندلی:
کلاس دهم:	نام دبیر:		

ردیف	سوالات	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (نیازی به ارائه راه حل نیست).</p> <p>الف: دو خط $l_1: x = 3y - 1$ و $l_2: y = -\frac{1}{3}x - 2$ بر هم عمودند. نادرست</p> <p>ب: دو تابع $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ با هم برابرند. نادرست</p> <p>ج: در هر مثلث میانه و عمود منصف متناظر به هر ضلع بر هم منطبق اند. نادرست</p> <p>د: اگر هر خط موازی محور طول ها، نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند، آنگاه آن تابع یک به یک است. درست</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف: حاصل ضرب ریشه های معادله ی $5x^3 + 1 = 5x^3$، $\sqrt[3]{\frac{1}{5}}$ است.</p> <p>ب: مرکز دایره محله، محل تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث است.</p> <p>ج: استدلالی است که براساس نتیجه گیری منطقی بر پایه واقعیت هایی که درستی آن را پذیرفته ایم، بیان می شود.</p> <p>د: برای رسم نمودار تابع با ضابطه $y = -f(x)$ کافی است قرینه نمودار تابع با ضابطه $y = f(x)$ را نسبت به خط $y = 0$ رسم کنیم.</p>	۱
۳	<p>دو انتهای یکی از قطرهای دایره ای نقاط $A(-2, 2)$ و $B(-4, 6)$ است.</p> <p>الف: اندازه شعاع و مختصات مرکز دایره را بیابید.</p> <p>نقطه وسط: $O\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}\right) = O(-3, 4)$</p> <p>طول وتر: $AB = \sqrt{(x_A-x_B)^2 + (y_A-y_B)^2} = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5} = 2R$</p> <p>شعاع: $R = \sqrt{5}$</p>	۱
۴	<p>معادله سهمی روبرو را بنویسید.</p> <p>نقطه: $B(-1, 1)$</p> <p>عضو: r</p> <p>معادله سهمی: $y = a(x-h)^2 + k$</p> <p>عضو: $y = a(x+1)^2 + 1$</p> <p>نقطه: $B(0, 2)$</p> <p>$2 = a(1)^2 + 1$</p> <p>$a = 1$</p> <p>معادله سهمی: $y = 1(x+1)^2 + 1 = x^2 + 2x + 2$</p>	۱/۲۵

۱/۵ اگر α و β ریشه های معادله ی $x^2 + 2x - 1 = 0$ باشد، معادله ی جدیدی تشکیل دهید که ریشه های $2\alpha + 2$ و $2\beta + 2$ باشد.

معادله اول $S = \frac{-b}{a} = -2$

معادله اول $P = \frac{c}{a} = -1$

معادله جدید $S' = (2\alpha + 2) + (2\beta + 2) = 2(\alpha + \beta) + 4 = 2 \cdot (-2) + 4 = 0$

معادله جدید $P' = (2\alpha + 2)(2\beta + 2) = 4\alpha\beta + 4\alpha + 4\beta + 4 = 4 \cdot (-1) + 4 \cdot (-2) + 4 = -4 - 8 + 4 = -8$

$x^2 - S'x + P' = 0 \rightarrow x^2 - 8 = 0$

۲/۵ معادله های زیر را حل کنید.

الف: $\sqrt{x + \sqrt{x-2}} - \sqrt{2x-2} = 0$

$\sqrt{x + \sqrt{x-2}} = \sqrt{2x-2}$

$x + \sqrt{x-2} = 2x - 2 \rightarrow \sqrt{x-2} = x - 2 \rightarrow x - 2 = x^2 - 4x + 4$

$x^2 - 2x + 4 = 0 \rightarrow (x-2)(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=2 \end{cases}$

$\frac{3}{2(x-1)} - \frac{x-2}{(x-1)(2x-3)} = \frac{1}{12}$

ب: $\frac{3}{2(x-1)} - \frac{x-2}{2x^2 - 5x + 3} = \frac{1}{12}$

$\frac{3(2x-3) - (x-2)}{2(x-1)(2x-3)} = \frac{1}{12} \rightarrow \frac{6x-9-x+2}{2(x-1)(2x-3)} = \frac{1}{12}$

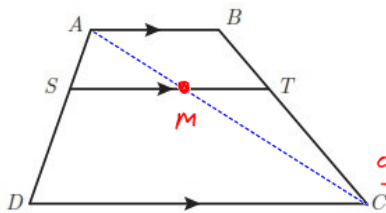
$12(6x-9-x+2) = 2(x-1)(2x-3) \rightarrow 12(5x-7) = 2(2x^2-5x+3)$

$15x^2 - 29x - 51 = 0 \rightarrow x_{1,2} = \frac{29 \pm \sqrt{15}}{18} \rightarrow \begin{cases} +3 \\ +11 \\ -18 \end{cases}$

۱ مقدار عددی $\frac{a}{b}$ را برای رابطه $\frac{2a+7}{2b+7} = \frac{a}{b}$ بدست آورید.

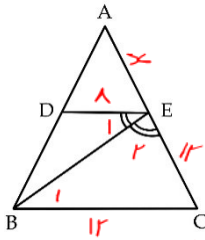
$\frac{2a+7}{2b+7} = \frac{a}{b} \rightarrow \frac{2a+7}{2a} = \frac{2b+7}{2b} \rightarrow \frac{2a+7-c(2a)}{2a} = \frac{2b+7-c(2b)}{2b} \rightarrow \frac{7}{2a} = \frac{7}{2b} \rightarrow \frac{7}{2a} = \frac{7}{2b} \rightarrow \frac{7}{a} = \frac{7}{b} \rightarrow \frac{7}{a} = \frac{7}{b}$

۱ در دوزنقه مقابل $AB \parallel ST \parallel DC$ است. ثابت کنید: $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$



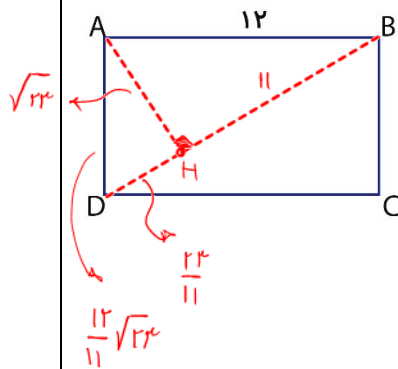
$\triangle ADC \rightarrow ST \parallel DC \rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{AM}{MC}$
 $\triangle ABC \rightarrow ST \parallel DC \rightarrow \frac{BT}{TC} = \frac{AM}{MC} \rightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$

در مثلث ABC شکل روبرو، $DE \parallel BC$ و $BC = 12$ و $DE = 8$ است. اگر BE نیمساز زاویه DEC باشد، آنگاه اندازه AE را بدست آورید.



$$\begin{aligned}
 & \hat{E}_1 = \hat{E}_r \\
 & DE \parallel BC \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{E}_1 \rightarrow \hat{E}_r = \hat{B}_1 \\
 & \Rightarrow \triangle BEC \sim \triangle BEC \\
 & EC = BC \cdot \frac{DE}{BC} \\
 & \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \\
 & \frac{x}{12+x} = \frac{8}{12} \rightarrow 12x = 8(12+x) \\
 & 12x = 96 + 8x \rightarrow 4x = 96 \rightarrow x = 24
 \end{aligned}$$

شکل مقابل مستطیلی به طول 12 است. اگر از نقطه A عمودی بر قطر BD رسم کنیم و پای این عمود را H بنامیم. طول BH برابر 11 است. اندازه عمود رسم شده، طول قطر مستطیل و اندازه عرض مستطیل را محاسبه کنید.



$$\begin{aligned}
 & AB^2 = BH \cdot BD \\
 & 12^2 = 11 \cdot BD \Rightarrow BD = \frac{144}{11} \\
 & AB^2 = AH^2 + BH^2 \quad AH^2 = DH \cdot HB \\
 & 144 = AH^2 + 121 \quad 2^2 = DH \cdot (11) \\
 & \sqrt{AH} = \sqrt{23} \quad DH = \frac{2^2}{11} \\
 & AD^2 = DH \cdot DB \\
 & = \frac{2^2}{11} \cdot \frac{144}{11} \Rightarrow AD = \frac{12}{11} \sqrt{23}
 \end{aligned}$$

با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید:

"اگر $n \in \mathbb{N}$ و n^2 عددی فرد باشد، آنگاه n نیز عددی فرد است."

اگر n عددی فرد باشد \leftarrow پس زوج است \leftarrow متناقض آنرا بپذیرد $n = 2k$ لوس.

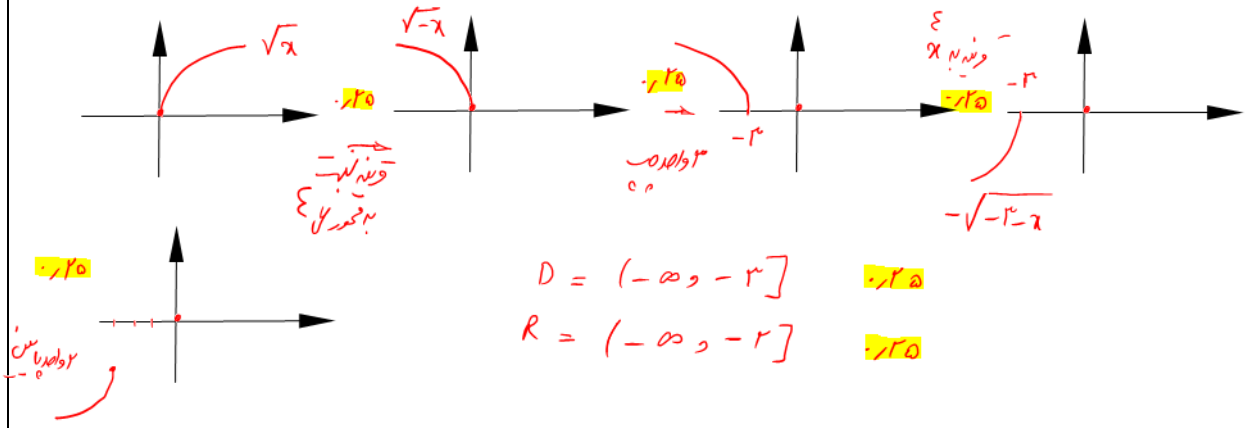
$$\begin{aligned}
 n^2 &= 4k^2 \\
 n^2 &= 2(2k^2) = 2k' \quad \text{زینجه } n^2 \text{ زوج است} \\
 &\text{متناقض با فرض مسئله} \quad \leftarrow \text{ن فردا}
 \end{aligned}$$

حامد حدادی عضو تیم بسکتبال ملی ایران است. او در پرتاب آزاد بازیکنی موفق است و در هر 15 پرتاب آزاد، 9 پرتاب او موفق می شود. حامد دوست دارد عملکردش را بهبود ببخشد. پس از چند پرتاب آزاد موفق پیاپی دیگر، درصد موفقیت او به 85 درصد خواهد رسید؟

$$\begin{aligned}
 & \frac{9+x}{15+x} = \frac{85}{100} \rightarrow 100x + 900 = 1275 + 85x \\
 & 15x = 375 \\
 & x = 25
 \end{aligned}$$

نمودار تابع $f(x) = -2 - \sqrt{-3-x}$ را به کمک انتقال مرحله به مرحله رسم کنید، سپس دامنه و برد آن را بیابید.

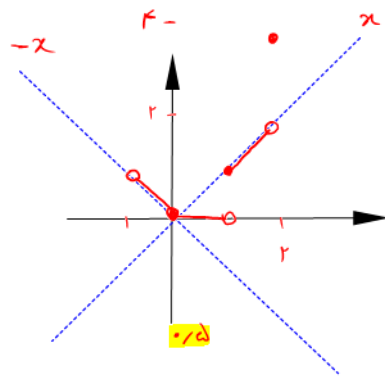
۱/۵



تابع با ضابطه $f(x) = x.[x]$ را در بازه $(-1, 2]$ رسم کنید.

۱/۵

- $0 < x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 0$
- $1 < x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = x$
- $x = 2 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow y = 2$



اگر $f(x) = \frac{r}{\mu}x + \omega$ ، ضابطه تابع $g(x) = f(x) + 2f^{-1}(x)$ را بدست آورید.

۱

$$y = \frac{r}{\mu}x + \omega$$

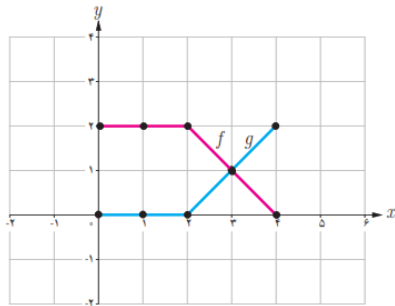
$$x = \frac{r}{\mu}y + \omega \rightarrow x - \omega = \frac{r}{\mu}y \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{\mu}{r}(x - \omega)$$

$$g(x) = \frac{r}{\mu}x + \omega + 2\left(\frac{\mu}{r}(x - \omega)\right)$$

$$= \frac{r}{\mu}x + \omega + 2x - 2\omega = \frac{11}{\mu}x - \omega$$

در شکل مقابل، نمودارهای دو تابع f و g رسم شده است. ضابطه دو تابع را نوشته و حاصل ضرب ضابطه های این دو تابع را بدست آورده و آن را رسم کنید.

۱/۵



$$f(x) = \begin{cases} r & 0 < x < r \\ -x + 2 & r < x < 2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < r \\ x - r & r < x < 2 \end{cases}$$

$$f \cdot g = \begin{cases} 0 & 0 < x < r \\ -(x - 2)(x - r) & r < x < 2 \end{cases}$$

