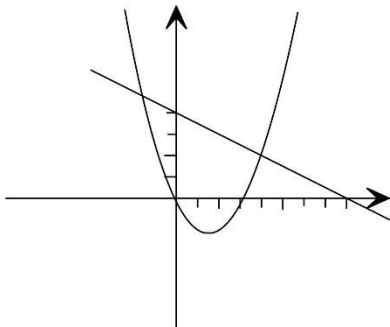
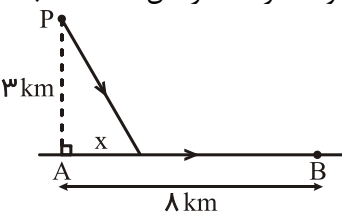
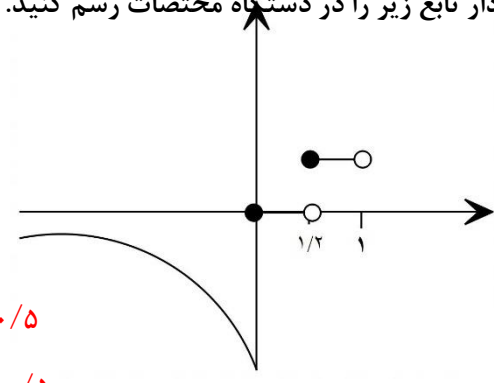




ردیف	سؤالات	نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید. (هر مورد ۰/۲۵)</p> <p>الف) دو تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x(3-x)}$, $g(x) = \sqrt{x}\sqrt{3-x}$ با هم برابر هستند. درست</p> <p>ب) تابع $y = \frac{2x + \sqrt{3}}{5}$ ، تابعی گویا می‌باشد. درست</p> <p>ج) در معادله‌ی $2x + y^2 = 7$ ، تابعی از x است. نادرست</p>	۰/۷۵
۲	<p>هر یک از جمله‌های زیر را با عدد، کلمه یا عبارت مناسب کامل کنید. (هر مورد ۰/۵)</p> <p>الف) $3 + \sqrt{2}$ و $3 - \sqrt{2}$ ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $x^2 - 6x + 7 = 0$ هستند.</p> <p>ب) برد تابع $f : (-1, 2) \rightarrow \mathbb{R}$ مجموعه‌ی $[0, 4]$ است.</p> <p>ج) حاصل $[-\sqrt{25}]$ برابر -3 است. ([] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>د) دامنه‌ی تابع $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ را بازه‌ی $(-\infty, a]$ در نظر گرفته‌ایم تا تابع یک به یک شود. بیشترین مقدار ممکن برای a، برابر 3 است.</p> <p>هـ) در تابع $f(x) = x^3 + 3x + 4$ حاصل $f^{-1}(of(5))$ برابر 5 است.</p>	۲/۵
۳	<p>گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید. (هر مورد ۰/۵)</p> <p>الف) در یک دنباله‌ی هندسی، جملات دوم و پنجم به ترتیب برابر ۶ و ۴۸ می‌باشند. مجموع ۸ جمله‌ی ابتدایی این دنباله چقدر است؟</p> <p>(۱) ۳۷۱ (۲) ۶۷۵ (۳) <u>۷۶۵</u> (۴) ۳۸۴</p> <p>ب) در معادله‌ی $2x^2 + (m-3)x - 7 = 0$ حاصل جمع ریشه‌ها برابر ۳ است. m چقدر است؟</p> <p>(۱) ۳ (۲) <u>-۳</u> (۳) ۹ (۴) -۹</p> <p>ج) در متوازی‌الاضلاع $ABCD$، مختصات رئوس به صورت $A(-1, 2)$ و $B(4, 1)$ و $C(2, 5)$ می‌باشد. فاصله‌ی رأس D از مبدأ مختصات چقدر است؟ (رئوس B و D مقابل هم هستند.)</p> <p>(۱) <u>$3\sqrt{5}$</u> (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $3\sqrt{6}$</p> <p>د) اگر $f = \{(1, 3), (2, 5), (3, -4), (4, 5)\}$، $g = \{(0, 2), (2, 7), (3, 2), (4, -1)\}$ باشند، دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g+1}$ چند عضو دارد؟</p> <p>(۱) ۱ (۲) <u>۲</u> (۳) ۳ (۴) ۴</p>	۲

۱/۲۵	<p>در دنباله‌ی حسابی $3, 1, 5, 9, \dots$ ، حداقل چند جمله ابتدایی آن را جمع کنیم تا حاصل برابر ۵۵۸ شود؟</p> $a_1 = -3, d = 4 \quad (0/25)$ $S_n = \frac{n}{2}(-6 + (n-1) \times 4) = 558 \quad (0/5)$ $\Rightarrow n(-3 + 2n - 2) = 558 \Rightarrow 2n^2 - 5n - 558 = 0 \quad (0/25) \text{ فرآیند حل معادله}$ $\Rightarrow (n-18)(2n+31) = 0 \Rightarrow n = 18 \quad (0/25)$	۴
۱	<p>به روش هندسی، مشخص کنید معادله‌ی $x^2 - 3x = -\frac{1}{2}x + 4$ چند ریشه مثبت و چند ریشه منفی دارد.</p> <p>رسم خط (۰/۲۵) رسم سهمی (۰/۲۵) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد (۰/۵)</p> 	۵
۱/۵	<p>معادله‌ی زیر را حل کنید.</p> $\frac{x-3}{x-4} + \frac{1}{2x-2} = \frac{2}{3}$ $\frac{(2x-2)(x-3) + x-4}{2(x-1)(x-4)} = \frac{2}{3} \quad (0/25)$ $\Rightarrow \frac{2x^2 - 8x + 6 + x - 4}{2(x^2 - 5x + 4)} = \frac{2}{3} \quad (0/25)$ $\Rightarrow 4x^2 - 20x + 16 = 6x^2 - 21x + 6 \quad (0/25)$ $\Rightarrow 2x^2 - x - 10 = 0 \quad (0/25)$ $\Rightarrow (2x-5)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 & (0/25) \\ x = \frac{5}{2} & (0/25) \end{cases}$	۶
۱/۵	<p>پارسا درون قایقی در دریا قرار دارد که فاصله آن از نزدیک‌ترین نقطه ساحل ۳ km است. او می‌خواهد به نقطه B در ساحل برود. سرعت حرکت قایق $\frac{4}{h}$ km و سرعت پیاده‌روی پارسا در ساحل $\frac{2}{h}$ km است. اگر او بخواهد در مدت زمان ۴ ساعت به B برسد، در چه فاصله‌ای از A، باید از قایق پیاده شود؟</p>  $\text{زمان پیاده‌روی} = \frac{8-x}{2} \quad (0/25) \quad \text{زمان حرکت قایق} = \frac{\sqrt{9+x^2}}{4} \quad (0/25)$ $\Rightarrow \frac{\sqrt{9+x^2}}{4} + \frac{8-x}{2} = 4 \quad (0/25) \Rightarrow \frac{\sqrt{9+x^2}}{4} = \frac{x}{2} \Rightarrow 9+x^2 = 4x^2 \quad (0/25)$ $\Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x = \sqrt{3} \quad (0/25) \quad \text{قابل قبول}$	۷

<p>۱</p>	<p>۸ می‌دانیم رابطه‌ی $- x \leq x \leq x$ به ازای همه‌ی اعداد حقیقی برقرار است. ثابت کنید برای هر دو عدد حقیقی a, b داریم:</p> $ a + b \leq a + b $ $- a \leq a \leq a \quad (۰/۲۵)$ $- b \leq b \leq b \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow -(a + b) \leq a + b \leq a + b \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow a + b \leq a + b \quad (۰/۲۵)$	<p>۸</p>
<p>۱/۵</p>	<p>۹ مسأله‌ی زیر را به کمک تشکیل یک معادله‌ی قدر مطلق حل کنید.</p> <p>« بر روی محور طول‌ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه به طول‌های ۲ و ۳- روی محور x ها، برابر ۶ باشد؟ »</p> $ x + 3 + x - 2 = 6$ $x \leq -3 \Rightarrow -x - 3 - x + 2 = 6 \Rightarrow x = -3/5$ $-3 < x \leq 2 \Rightarrow x + 3 - x + 2 = 6 \Rightarrow 5 = 6 \quad \text{غ ق ق}$ $x > 2 \Rightarrow x + 3 + x - 2 = 6 \Rightarrow x = 2/5$ <p>(۰/۵) نمره تشکیل معادله، (۱) نمره حل معادله</p>	<p>۹</p>
<p>۱/۲۵</p>	<p>۱۰ فاصله‌ی نقطه‌ی $(4, 1)$ از خط $5x - 12y = k$، برابر ۱ می‌باشد. مقدار k را به دست آورید.</p> $5x - 12y - k = 0$ $d = \frac{ 20 - 12 - k }{13} = 1 \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow 8 - k = 13 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} k = -5 & (۰/۲۵) \\ k = 21 & (۰/۲۵) \end{cases}$	<p>۱۰</p>
<p>۱/۲۵</p>	<p>۱۱ دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{x + 4}{x^3 + kx + 6}$ به صورت $D_f = \mathbb{R} - \{2, a, b\}$ می‌باشد. a, b را بیابید.</p> $8 + 2k + 6 = 0 \Rightarrow k = -7 \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow f(x) = \frac{x + 4}{x^3 - 7x + 6}$ $x^3 - 7x + 6 = (x - 2)(x - 1)(x + 3) \Rightarrow \{a, b\} = \{-3, 1\} \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۵)</p>	<p>۱۱</p>
<p>۱</p>	<p>۱۲ نمودار تابع زیر را در دستگاه مختصات رسم کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x < 0 \\ [-2x + 1] & 0 \leq x < 1 \end{cases}$ $[-2x] + 1 = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \leq x < 1 \end{cases}$ <p>$\frac{1}{x}$ نمره ۰/۵ x نمره ۰/۵</p> 	<p>۱۲</p>

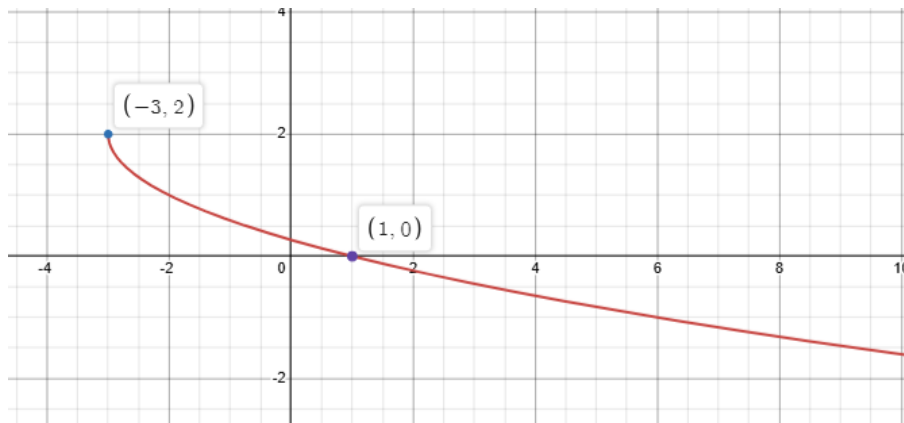
تابع $f(x) = -\sqrt{x+3} + 2$ را در نظر بگیرید.

الف) به کمک رسم نمودار، نشان دهید این تابع وارون پذیر است.

چون هر خط افقی منحنی را حداکثر در یک نقطه قطع می کند

یک به یک است. (۰/۲۵)

(۰/۵)



ب) ضابطه‌ی وارون این تابع را به دست آورید.

$$y = -\sqrt{x+3} + 2 \rightarrow y - 2 = -\sqrt{x+3} \rightarrow (y-2)^2 = x+3 \rightarrow x = (y-2)^2 - 3 \quad (۰/۵)$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = (x-2)^2 - 3 \quad (۰/۲۵)$$

توابع $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ و $g(x) = \frac{2x}{x^2-3x+2}$ را در نظر بگیرید.

الف) مقدار $f \circ g(3)$ را بیابید.

$$f \circ g(3) = f(g(3)) = f(3) = 0 \quad (۰/۵)$$

ب) دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \quad (۰/۲۵)$$

$$D_f = [-3, 3] \quad (۰/۲۵) \quad D_g = \mathbb{R} - \{1, 2\} \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow \sqrt{9-x^2} \neq 1, 2 \Rightarrow 9-x^2 \neq 1, 4 \Rightarrow x \neq \pm 2\sqrt{2}, \pm \sqrt{5} \quad (۰/۵)$$

$$D_{g \circ f} = [-3, 3] - \{\pm 2\sqrt{2}, \pm \sqrt{5}\} \quad (۰/۲۵)$$