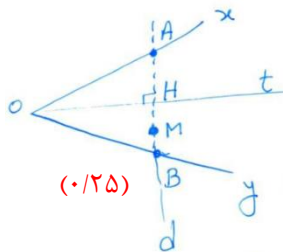


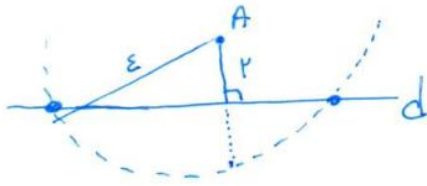


نام و نام خانوادگی:	نام درس: پاسخ هندسه دهم	تعداد صفحات:	شماره سندلی:
کلاس دهم:	نام دبیر:	۵	

ردیف	سوالات	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص نمایید. (هر کدام ۰/۵ نمره)</p> <p>(الف) هر دو مثلث که مساحت‌های یکسان داشته باشند، متشابه هستند. (نادرست) (ف ۲ درس ۴) ص ۲۶</p> <p>(ب) اگر درستی یا نادرستی یک حکم را نتوانیم اثبات کنیم و برای رد آن مثال نقض هم نتوانیم بیابیم، نمی‌توان درستی یا نادرستی آن حکم کلی را نتیجه بگیریم. (درست)</p> <p>(ج) اگر خطی از وسط ساقه‌های دوزنقه عبور کند با دو قاعده دوزنقه موازی است. (درست) (ف ۲ درس ۲)</p> <p>(د) اگر نسبت تشابه دو مثلث متشابه $\frac{2}{3}$ باشد نسبت ارتفاع‌های متناظر آنها نیز $\frac{2}{3}$ است. (درست) (ف ۲ درس ۴)</p>	۲
۲	<p>نقیض گزاره (a از b بزرگتر است) کدام است؟</p> <p>(الف) چنین نیست که a از b بزرگتر باشد.</p> <p>(ب) a از b بزرگتر نیست.</p> <p>(ج) a از b کوچکتر و یا با b برابر است.</p> <p>(د) هر سه مورد می‌تواند نقیض گزاره بالا باشد. (ص ۲۳)</p>	۰/۵
۳	<p>جاهای خالی را با کلمات مناسب تکمیل کنید:</p> <p>(الف) اگر دو زاویه از مثلثی ۳۲ درجه و ۲۸ درجه باشد، محل هم‌مرسی ارتفاع‌ها بیرون مثلث است. (۰/۵)</p> <p>محل هم‌مرسی بیرون مثلث منفرجه است $120^\circ = 180 - (32 + 28)$ (ف ۱ درس ۲)</p> <p>(ب) برای آنکه دو مثلث متشابه باشند، باید زاوایا نظیر به نظیر مساوی (۰/۲۵) و اضلاع متناظر متناسب (۰/۲۵) باشند. (ف ۲ درس ۳)</p>	۱
۴	<p>زاویه xOy و نقطه M درون آن مفروض است. خطی چنان رسم کنید که از M گذشته و دو ضلع زاویه را در A و B قطع کند به طوری که $BO = AO$ باشد. روش رسم را همراه با شکل بطور کامل توضیح دهید. (ف ۱ درس ۱)</p> <p>شکل را رسم شده فرض می‌کنیم</p> <p>فرض می‌کنیم خط d از نقطه M گذشته و $OA = OB$</p> <p>در این صورت مثلث OAB متساوی الساقین است. پس OH علاوه بر اینکه عمود است، نیمساز هم هست. (۰/۲۵)</p> <p>پس برای رسم:</p> <ol style="list-style-type: none"> ابتدا Ot نیمساز زاویه oxy را رسم می‌کنیم (۰/۲۵) از نقطه M بر Ot عمود کرده تا دو ضلع زاویه را در A و B قطع کند. (۰/۲۵) <p style="text-align: center;">Δ</p> <p>با توجه به اینکه OAB متساوی الساقین است پس $OA = OB$ خواهد بود.</p> <p>(دقت شود روش رسم نیمساز و روش ترسیم عمود از یک نقطه خارج خط بر خود خط نیاز نیست بیان شود)</p>	۱

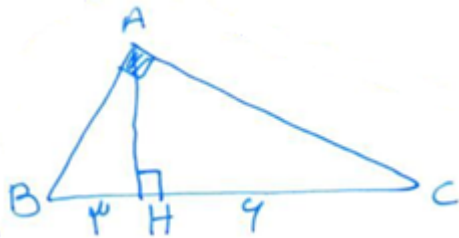


الف) نقطه A به فاصله ۲ سانتی متر از خط d قرار دارد. چند نقطه روی خط d وجود دارد که فاصله آنها با نقطه A برابر ۴ سانتی متر است. ۲ نقطه (۰/۵) (ف ۱ درس ۱)



(نیاز به رسم شکل نیست)

ب) ارتفاع وارد بر وتر در مثلثی قائم الزاویه، وتر را به دو قطعه ۳ سانتی متری و ۶ سانتی متری تقسیم کرده ارتفاع وارد بر وتر چقدر است؟ $3\sqrt{2}$ (۰/۵) (ف ۲ درس ۳)



(راهنمای حل)

$$AH^2 = BH \cdot HC = 3 \times 6 = 18 = 3\sqrt{2}$$

ج) طول اضلاع مثلثی ۱۰، ۱۲ و ۱۵ و مثلث دیگر ۱۵، ۱۸، ۲۲/۵ می باشد. نسبت مساحت مثلث بزرگتر به کوچکتر چقدر

است؟ $\frac{9}{4}$ (۰/۵) (ف ۲ درس ۴)

راهنمای حل: $\frac{S_{\Delta \text{ بزرگ}}}{S_{\Delta \text{ کوچک}}} = k^2 = \frac{9}{4}$

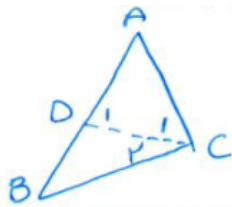
$$\frac{15}{10} = \frac{18}{12} = \frac{22/5}{15} = \frac{3}{2} = k$$

۶ عکس قضیه زیر را نوشته و سپس به صورت یک قضیه دو شرطی بیان کنید.
اگر یک چهار ضلعی لوزی باشد، قطرهاش عمود منصف یکدیگرند. (ف ۱ درس ۲)
عکس قضیه: اگر در یک چهارضلعی قطرها عمود منصف یکدیگر باشند، آنگاه آن چهارضلعی لوزی است. (۰/۵)
قضیه دو شرطی: یک چهارضلعی لوزی است اگر و تنها اگر قطرهاش عمود منصف یکدیگر باشند.
یا

شرط لازم و کافی برای آنکه یک چهارضلعی لوزی باشد آن است که قطرهاش عمود منصف یکدیگر باشند
هر کدام نوشته شود صحیح است (۰/۵)

۷ ثابت کنید: (ف ۱ درس ۲)

اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبرو به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه روبرو به ضلع کوچکتر و بالعکس
راه حل) برای اثبات به اندازه AC روی AB جدا می کنیم



فرض	$AB > AC$
حکم	$\hat{C} > \hat{B}$

و آن را D می نامیم در این صورت در مثلث ABC داریم: (۰/۵)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{D}_1 > \hat{B} \end{array} \right\} \hat{C}_1 > \hat{B} \Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{C}_2 > \hat{B} \Rightarrow \hat{C} > \hat{B}$$

(۰/۵) (زاویه خارجی)

اثبات عکس قضیه:

بنابر برهان خلف فرض می کنیم $AB > AC$ نیست پس:

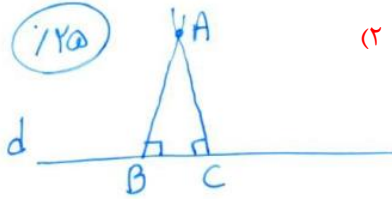
فرض	$\hat{C} > \hat{B}$
حکم	$AB > AC$

الف) $AB < AC$ در این حالت طبق خود قضیه $\hat{C} < \hat{B}$ خواهد شد که خلاف فرض است (۰/۲۵)

ب) $AB = AC$ در این حالت مثلث متساوی الساقین است و $\hat{B} = \hat{C}$ که خلاف فرض است. (۰/۲۵)

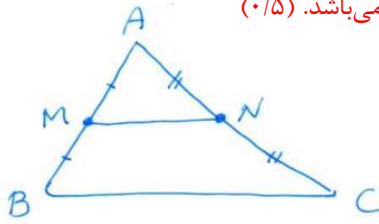
پس حتماً $AB > AC$

از یک نقطه خارج یک خط، نمی‌توان بیش از یک عمود بر آن رسم کرد. (ف ۱ درس ۲)
 فرض می‌کنیم نقطه‌ای مانند A خارج خط d قرار دارد. (۰/۲۵)
 با برهان غیرمستقیم فرض می‌کنیم حکم غلط باشد، یعنی:
 دو عمود AB و AC را رسم کرده‌ایم (۰/۵)



در این صورت مجموع زوای مثلث، بزرگتر از 180° می‌شود و غیرممکن است. (۰/۲۵)
 پس امکان رسم دو عمود از یک نقطه خارج خط بر خود آن خط وجود ندارد. (۰/۵)

هرگاه خطی وسط‌های اضلاع مثلثی را به هم وصل کند با ضلع سوم موازی و نصف آن می‌باشد. (۰/۵)



فرض	$AM = MB, AN = NC$
حکم	$MN \parallel \frac{1}{2}BC$

اثبات:

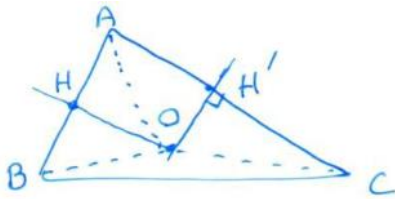
$$\frac{AM}{AB} = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN \parallel BC \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2}BC \quad (۰/۲۵)$$

استدلال:

چون AB و AC متقاطعند پس عمود منصف آنها نیز در نقطه‌ای مانند O متقاطع‌اند. (۰/۲۵)



$$O \in (AB \text{ عمود منصف}) \Rightarrow OA = OB \quad (۰/۲۵)$$

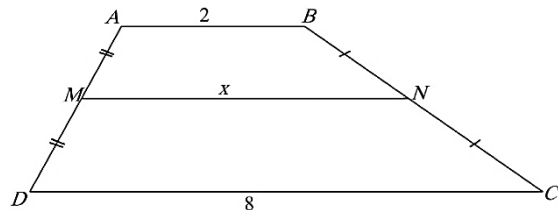
$$\Rightarrow OB = OC \Rightarrow O \in (BC \text{ عمود منصف})$$

$$O \in (AC \text{ عمود منصف}) \Rightarrow OA = OC \quad (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

(الف)

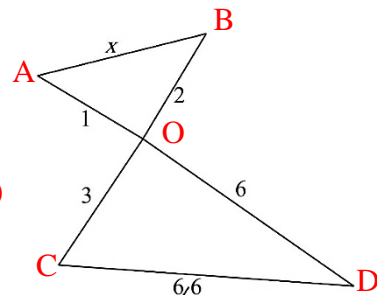
$$MN = \frac{AB + CD}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2 \quad (۰/۵)$$



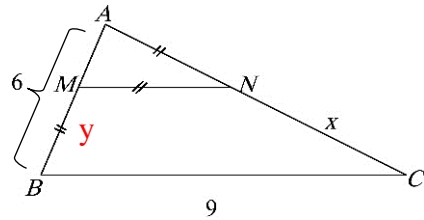
(ب)

$$\frac{3}{1} = \frac{6}{2} \Rightarrow \Delta OAB \sim \Delta OCD \Rightarrow (۰/۵) \quad \frac{6/6}{x} = \frac{3}{1} \quad (۰/۲۵)$$

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow x = 2/2$$

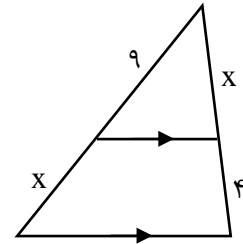


$$\begin{aligned} & \text{(۰/۲۵)} \\ \frac{6-y}{6} &= \frac{y}{9} = \frac{y}{AC} \Rightarrow AC=9 \quad \text{(۰/۲۵)} \\ \Rightarrow 6y &= 54 - 9y \Rightarrow 15y = 54 \Rightarrow y = 3/6 \\ x &= AC - 3/6 = 9 - 3/6 = 5/4 \quad \text{(۰/۲۵)} \end{aligned}$$



(ج)

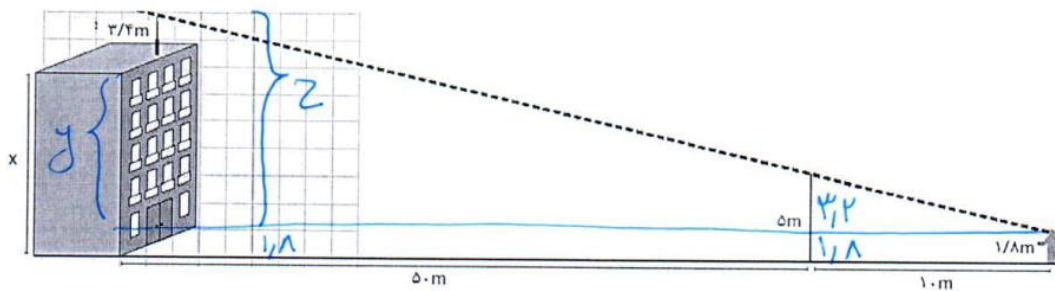
$$\begin{aligned} \text{تالس} \quad \rightarrow \frac{9}{x} &= \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36 \quad \text{(۰/۲۵)} \\ \Rightarrow x &= 6 \quad \text{(۰/۲۵)} \end{aligned}$$



(د)

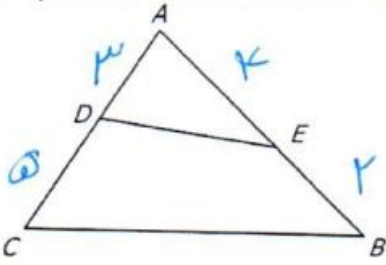
۱/۵ مطابق شکل روی یک ساختمان، یک آنتن به ارتفاع ۳/۴ متر نصب شده است. در فاصله‌ی ۵۰ متری ساختمان، یک دیوار به ارتفاع ۵ متر وجود دارد و یک ناظر در فاصله‌ی ۱۰ متری دیوار قرار دارد به طوری که انتهای آنتن و انتهای دیوار را در یک راستا می‌بیند. اگر بدانیم فاصله چشم ناظر از زمین ۱/۸ متر است، بلندی ساختمان را محاسبه کنید. (ف ۲ درس ۴)

۱۲



$$\begin{aligned} & \text{(۰/۲۵)} \\ \frac{3/4}{Z} &= \frac{10}{60} \Rightarrow Z = 19/2 \quad \text{(۰/۲۵)} \\ y &= 19/2 - 3/4 = 15/8 \quad \text{(۰/۵)} \\ x &= \text{ارتفاع ساختمان} = 15/8 + 1/8 = 17/6 \quad \text{(۰/۵)} \end{aligned}$$

در شکل مقابل $AE = 4$ و $BE = 2$ و $AD = 3$ و $CD = 5$ است. نسبت مساحت مثلث ADE به مساحت مثلث



ABC چقدر است؟ (ف ۲ دروس ۳ و ۴)

در شکل دو مثلث $\triangle ADE$ و $\triangle ABC$ را در نظر می‌گیریم:

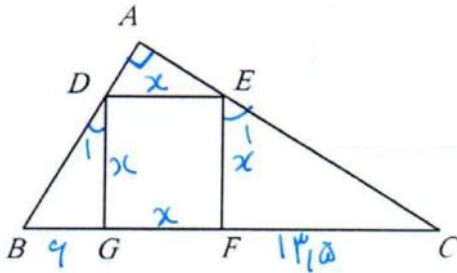
$$\left. \begin{aligned} \frac{AD}{AB} &= \frac{AE}{AC} \\ \frac{3}{6} &= \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = k \end{aligned} \right\} \triangle ADE \sim \triangle ABC \quad (0/25)$$

چون دوزلع متناسب و زاویه بین مساوی و $k = \frac{1}{2}$ داریم: (۰/۲۵)

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad (0/25)$$

در مثلث قائم الزاویه ABC ، چهار ضلعی $DEFG$ مربع است و $BG = 6$ و $FC = 13/5$ مساحت مربع برابر است با:

(ف ۲ درس ۳)



$$\left. \begin{aligned} \hat{A} = 90^\circ &\rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \\ \hat{G} = 90^\circ &\rightarrow \hat{B} + \hat{D}_1 = 90^\circ \end{aligned} \right\} \hat{C} = \hat{D}_1 \quad (0/25)$$

به همین ترتیب $\hat{B} = \hat{E}_1$ است. (۰/۲۵) و در نتیجه $\triangle BDG \sim \triangle FEC$ پس:

$$\Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{x}{13/5} \Rightarrow x^2 = 81 \quad (0/25)$$