



🙌😊 دوستان عزیز سلام. امیدواریم آزمون را به خوبی پشت سر بگذارید. توجه کنید که در حل تمامی سوالات، نوشتن راه حل اکیدا الزامی است.

۱- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (۲ نمره)

(الف) $Q = \left\{ \frac{x}{y} \mid x, y \in \dots \mathbb{Z} \dots, y \neq \dots \right\}$

(ب) زاویه 120° در ناحیه \dots \dots دایره مثلثاتی واقع است.

(ج) متمم مجموعه مرجع، مجموعه \dots است.

(د) تعداد جایگشت‌های r تایی از n شی برابر است با \dots

(ه) عبارت $y = ax^2 + bx + c$ به شرطی همواره منفی است که دلتا \dots و $a \dots$ باشد.

(و) در معادله درجه دوم اگر $\Delta = 0$ باشد، معادله دارای دو ریشه \dots خواهد بود.

(ز) مختصات طول نقطه رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، برابر است با \dots

۲- حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را با رسم بازه‌های آن‌ها روی یک محور نشان دهید. (۱ نمره)



(الف) $(-4, 1) \cup (-3, 2]$



(ب) $(2, 4) \cup (-\infty, 0]$

۳- با فرض اینکه $C \subset B \subset A \subset U$ ، حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید. (۱ نمره)

(الف) $(A')' \cup \emptyset' = A \cup U = U$

(ب) $(B \cap A) \cup B' = (B \cup B') \cap (A \cup B') = U \cap (A \cup B') = A \cup B'$

۴- در یک کلاس ۳۶ نفری، ۲۴ نفر کلاه، ۳۰ نفر دستکش، ۲۰ نفر هم کلاه و هم دستکش دارند. چند نفر در کلاس، کلاه و دستکش ندارند؟ (۱ نمره)

$$n(U) = 36$$

$$n(A) = 24$$

$$n(B) = 30$$

$$n(A \cap B) = 20$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = 24 + 30 - 20 = 34$$

$$n(A \cup B)' = 36 - 34 = 2$$

۵- مقدار a را طوری تعیین کنید که $5a + 7$ واسطه حسابی بین دو عدد $2a + b + 1$ و $14a - b$ باشد. (۱ نمره)

$$5a + 7 = \frac{14a - b + 2a + b + 1}{2} \Rightarrow 10a + 14 = 16a + 1 \Rightarrow 6a = 13$$

$$\Rightarrow a = \frac{13}{6}$$

۶- در یک دنباله هندسی، جمله ی پنجم برابر $\frac{1}{3}$ و قدر نسبت برابر $\frac{1}{9}$ است. جمله دوم را بدست آورده و شش جمله اول تصاعد را نیز بنویسید. (۱ نمره)

$$t_5 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = t_1 \cdot 9^4 \Rightarrow \frac{1}{3^3} = t_1 \cdot \frac{1}{3^4} \Rightarrow t_1 = 3$$

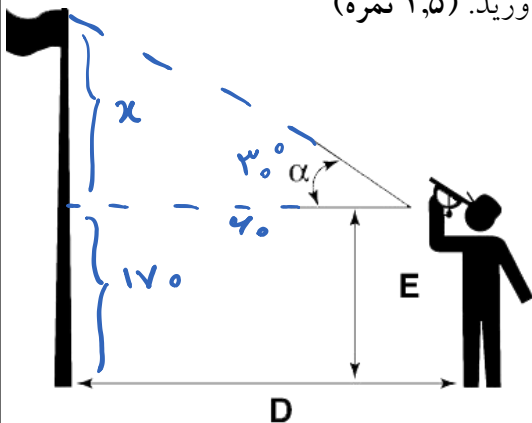
$$q = \frac{1}{9}$$

$$3, -1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{27}, -\frac{1}{81}$$

۷- فردی با قد ۱۷۰ سانتی متر (E)، برای اندازه گیری طول پرچم، از دوربینی استفاده می کند.

زاویه دید فرد برای دیدن نوک پرچم نسبت به افق 30° است. ($\alpha = 30^\circ$)

اگر فاصله افقی فرد تا پایه پرچم (D) ۶ متر باشد، کل ارتفاع پرچم را بدست آورید. (۱,۵ نمره)

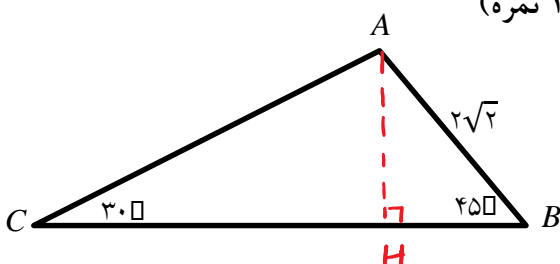


$$\tan 30^\circ = \frac{x}{60} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{60}$$

$$\Rightarrow x = 20\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \text{ارتفاع پرچم} = 20\sqrt{3} + 170$$

۸- با توجه به مقادیر روی شکل، مساحت مثلث زیر را بدست آورید. (۱,۵ نمره)



$$\cos 45^\circ = \frac{BH}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BH}{2\sqrt{2}} \Rightarrow BH = 2$$

$$AH = 2$$

$$\tan 30^\circ = \frac{AH}{CH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{CH} \Rightarrow CH = \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$CH = 2\sqrt{3} \Rightarrow BC = 2\sqrt{3} + 2 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times (2\sqrt{3} + 2) = 6 + 2\sqrt{3}$$

۹- تعیین کنید هر کدام از زوایای زیر، در کدام ناحیه دایره مثلثاتی قرار دارند. (۱ نمره)

(الف) 83° - چهارم (ب) 253° - سوم (پ) $21/5^\circ$ - اول (ت) 198° - دوم

۱۰- عدد $\sqrt[3]{55} - 2$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی واقع است؟ چرا؟ (۱ نمره)

$$27 < 55 < 64 \Rightarrow 3 < \sqrt[3]{55} < 4 \Rightarrow 1 < -2 + \sqrt[3]{55} < 2$$

۱۱- در جاهای خالی علامت مناسب ($>$ یا $=$ یا $<$) قرار دهید. (با ذکر علت) (۱ نمره)

(الف) $\sqrt[3]{\sqrt{10}} \ominus \sqrt{\sqrt{10}}$ (ب) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{0.0081}} \otimes \sqrt[3]{\sqrt[3]{0.00027}}$

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{10}} = \sqrt[3]{10}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{10}} < \sqrt[3]{\sqrt[3]{10}}$$

$$\sqrt[3]{10} < \sqrt[3]{10}$$

۱۲- حاصل عبارات زیر را بدست آورید. (۱,۵ نمره)

(الف) $\sqrt{128} \times \sqrt[3]{215} = 2^{\frac{7}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{10}{2}} = 2^5 = 32$

(ب) $49^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{49}} = \frac{1}{7}$

(پ) $(\sqrt{19}^{\frac{1}{2}(2\sqrt{2}-1)})^{1+2\sqrt{2}} = \sqrt{19}^{\frac{1}{2}(2-1)} = \sqrt{19} = 19$

۱۳- در تساوی زیر مقدار X را بدست آورید. (۰,۵ نمره)

$$x^{x+1} \sqrt{(x/0.1)^2} = \sqrt[3]{10.8} \Rightarrow 10^{-f(x+1)} = 10^{\frac{1}{3}} \Rightarrow -f(x+1) = \frac{1}{3} \Rightarrow -x-1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

۱۴- اگر $x + \frac{1}{x} = 5$ باشد، حاصل $x^3 + \frac{1}{x^3}$ چقدر می شود؟ (۱ نمره)

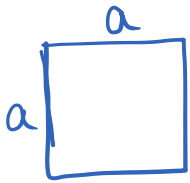
$$3(x + \frac{1}{x}) = 15 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x + \frac{3}{x} = 15 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 11$$

۱۵- مخرج کسرهای زیر را گویا کنید. (۱ نمره)

(الف) $\frac{a}{\sqrt[3]{ab^2}} = \frac{a}{\sqrt[3]{ab^2}} \times \frac{\sqrt[3]{a^2b}}{\sqrt[3]{a^2b}} = \frac{a^3 \sqrt[3]{a^2b}}{ab} = \frac{\sqrt[3]{a^2b}}{b}$

(ب) $\frac{-3}{\sqrt{5}-\sqrt{8}} = \frac{-3}{\sqrt{5}-\sqrt{8}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{8}}{\sqrt{5}+\sqrt{8}} = \frac{-3(\sqrt{5}+\sqrt{8})}{5-8} = \sqrt{5} + \sqrt{8}$

۱۶- طول ضلع مربعی را پیدا کنید که عدد محیط آن با عدد مساحت آن مساوی باشد. (۱ نمره)



$$a^2 = 4a \Rightarrow a^2 - 4a = 0 \Rightarrow a(a-4) = 0$$

$a = 0, 4$
 غیر قابل قبول

۱۷- ریشه‌های معادلات درجه دوم زیر را با روش خواسته شده بیابید. (۱ نمره)

(روش تجزیه) $x^2 + x = 0$ (الف)

$$x(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0, -1$$

(روش مربع کامل ساختن) $-\frac{x^2}{4} + \frac{3}{4}x = -1$ (ب)

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 4 = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow x - \frac{3}{2} = \pm \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{8}{2}, \frac{-2}{2} = 4, -1$$

۱۸- سهمی $y = -x^2 + 5$ را رسم کنید. (۱ نمره)

$$\text{رأس: } \begin{cases} x = \frac{-b}{2a} = 0 \\ y = 0 + 5 = 5 \end{cases}$$

$$\text{ریشه‌ها: } -x^2 + 5 = 0 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

