بنام خداوند جان آفرین حکیم سخن در زبان آفرین

نام و نام خانوادگی:

کلاس :

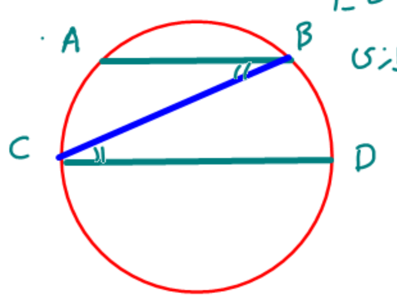
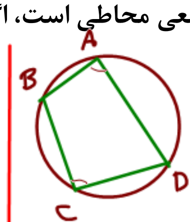
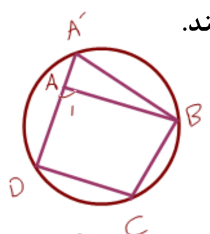
آزمون هندسه۲

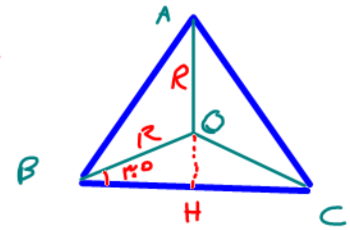
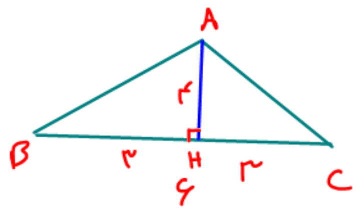
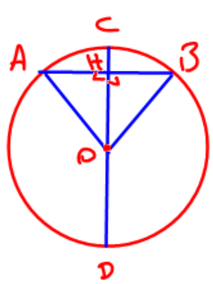
زمان: ۱۱۰ دقیقه

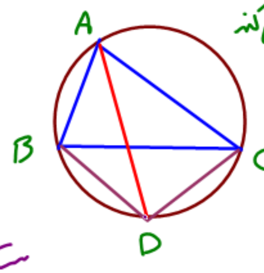
آزمون نوبت اول - ۰۳ - ۱۴۰۲

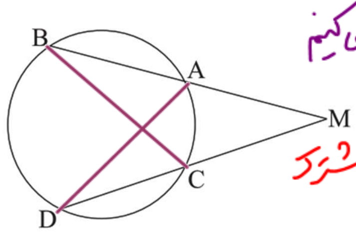
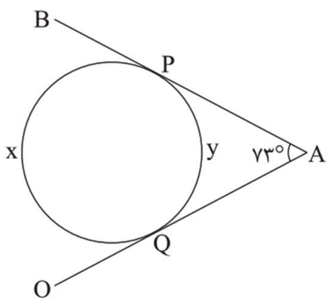
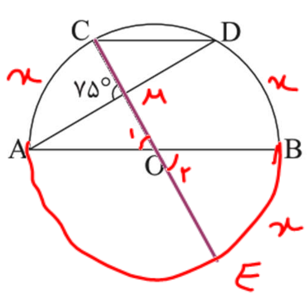
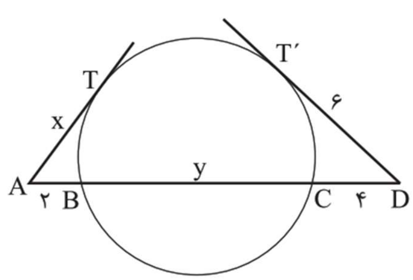
نام دبیر : جناب آقای قطبی

تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۱۰/۱۱

ردیف	دانش آموزان عزیز : **لطفا سوالات** را با دقت بخوانید و با کمال خونسردی به آنها پاسخ **دهید.**	بارم
۱	**جاهای خالی را با واژه مناسب کامل کنید.** **الف) در تبدیل دوران اگر زاویه دوران ۱۸۰ درجه باشد، شیب خط حفظ ...می شود...** **ب) محور بازتابی که نقطه A را به A' تصویر می کند، شیب ...قرینه معکوس... پاره خط AA' است.** **ج) در هر تبدیل، نقطه ای که تبدیل یافته آن به خود آن نقطه منطبق می شود را، ...نقطه ثابت تبدیل... می نامند.** **د) تبدیلی که طول پاره خط ها را حفظ می کند ...ایزومتری طولپا... نامیده می شود.**	۲
۲	**هر یک از مفاهیم زیر را تعریف کنید.** **الف) تبدیل ایزومتری** : تبدیلی است که در آن طول تصویر برابر طول شکل است یعنی اندازه ها را حفظ می کند **ب) نقطه ثابت تبدیل** : نقطه ای از یک تبدیل است که تصویر آن بر روی خود شکل قرار می گیرد	۱
۳	**ثابت کنید کمان های محصور بین دو وتر موازی، با هم برابر هستند.** فرض: $AB \parallel CD$ حکم: $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$  از B به C وصل می کنیم طبق قضیه خطوط موازی داریم : $\hat{B} = \hat{C} \Rightarrow$ $\hat{B} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2}$ ، $\hat{C} = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2}$ $\Rightarrow \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$	۱
۴	**ثابت کنید یک چهارضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل یکدیگر باشند.**  ف: $ABCD$ محاطی است ح: $180° = \hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D}$ $\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{BCD}}{2}$ $\hat{C} = \frac{\overset{\frown}{BAD}}{2}$ $\hat{A} + \hat{C} = \frac{\overset{\frown}{BCD} + \overset{\frown}{BAD}}{2} = \frac{360}{2} = 180$ $\hat{A} + \hat{C} = 180 \Rightarrow B + D = 180$  ف: $A + C = B + D = 180°$ ح: $ABCD$ محاطی است از سه رأس B، C و D یک دایره عبور می دهیم رأس A اگر روی این دایره باشد یا درون آن است یا بیرون این دایره. حالت الف) اگر درون باشد DA را امتداد می دهیم تا دایره را در نقطه A' قطع کند از A' به B وصل می کنیم حال چون چهارضلعی $A'BCD$ روی دایره قرار گرفته پس محاطی است و داریم $A' + C = 180$ ، $A + C = 180 \Rightarrow \hat{A} = \hat{A'}$ طبق فرض $AA'B$: $\hat{A_1} > \hat{A'}$ $\Rightarrow$ A نمی تواند درون دایره باشد $\Rightarrow$ خلاف حکم است به دلیل مشابه A بیرون دایره هم نمی تواند باشد پس A روی دایره بوده و $ABCD$ محاطی است	۲

۵	در یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $8\sqrt{3}$ شعاع دایره های محیطی و محاطی خارج را بدست آورید.  $\frac{BH}{R}=\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BH=\frac{\sqrt{3}}{2}R \Rightarrow BC=\sqrt{3}R=8\sqrt{3}$ $\boxed{R=8}$ $r_a=\frac{S}{P-a}$ $S=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=\frac{\sqrt{3}}{4}(8\sqrt{3})^2=48\sqrt{3}$ $P-a=\frac{3}{2}\times 8\sqrt{3}-8\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ $r_a=\frac{48\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=12$ $\boxed{r_a=12}$	۱
۶	اندازه قاعده مثلث متساوی الساقینی ۶ و ارتفاع وارد بر آن ۴ سانتی متر است. اندازه شعاع دایره محاطی داخلی و شعاع های دایره های محاطی خارجی مثلث را تعیین کنید.  $AB^2=AC^2=3^2+4^2 \Rightarrow AB=AC=5$ $S=\frac{4\times 6}{2}=12$ $P=\frac{16}{2}=8$ $r=\frac{S}{P}=\frac{12}{8}=\boxed{\frac{3}{2}}$ $r_a=\frac{S}{P-a}=\frac{12}{2}=\boxed{6}$ $r_b=r_c=\frac{S}{P-b}=\frac{12}{3}=\boxed{4}$	۱/۵
۷	ثابت کنید اگر قطری از یک دایره یکی از وترهای آن دایره را نصف کند، بر آن وتر عمود است و کمان نظیر آن وتر را نیز نصف می کند.  فرض: قطر CD وتر AB را نصف می کند حکم: $CD\perp AB$, $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$ $\overline{OA}=\overline{OB}=R$ $\overline{AH}=\overline{BH}$ طق $\overline{OH}=\overline{OH}$ مشترک $\Rightarrow \triangle OAH \cong \triangle OBH \Rightarrow \hat{H}_1=\hat{H}_2=90^\circ \Rightarrow \boxed{AB\perp CD}$ $\Rightarrow \hat{O}_1=\hat{O}_2 \Rightarrow \boxed{\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}}$	۱

ردیف	سؤال	بارم
۸	مقدار x را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک داخلی دو دایره به شعاع های ۲و۳ و خط المرکزین $d=۱۳$ برابر $۵x-۸$ باشد. $TT' = \sqrt{۱۶۹-(۳+۲)^۲} = \sqrt{۱۴۴} = ۱۲$ $۵x - ۸ = ۱۲$ $\boxed{x = ۴}$	۱/۵
۹	ثابت کنید عمودمنصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یک‌دیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می کنند.  نیمساز زاویه A دایره محیطی مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ را در نقطه D قطع می‌کند حال داریم $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ⇐ $\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{CD}$ کمانهای روبروی آنها ⇐ $\overline{BD} = \overline{CD}$ وترهایشان مساوی است پس D از دو سر پاره خط BC به یک فاصله است پس روی عمود منصف BC واقع است پس نقطه تلاقی عمودمنصف BC و نیمساز $\hat{A}$ بر روی دایره محیطی است	۱
۱۰	اگر در مثلث ABC ، r_a ، r_b و r_c شعاع های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشند، نشان دهید : $\frac{۱}{r_a}+\frac{۱}{r_b}+\frac{۱}{r_c}=\frac{۱}{r}$ $r = \frac{S}{p}$ $r_a = \frac{S}{p-a} \Rightarrow \frac{1}{r_a} = \frac{p-a}{S}$ $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a}{S} + \frac{p-b}{S} + \frac{p-c}{S} = \frac{۳p - \overbrace{(a+b+c)}^{۲p}}{S} = \frac{p}{S} = \boxed{\frac{1}{r}}$	۱/۵

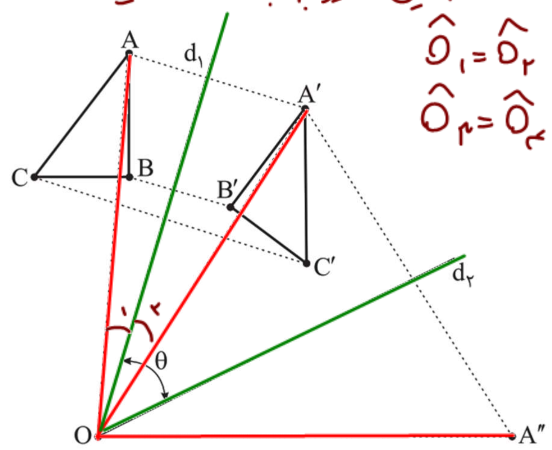
ردیف	سوال	بارم
۱۱	**ثابت کنید هر گاه خط های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه ای مانند M خارج دایره یک‌دیگر را قطع کنند آنگاه : $MA\times MB = MC\times MD$**  از A به D و از C به B وصل می‌کنیم حال داریم مشترک $\hat{M}=\hat{M}$ $\hat{D}=\hat{B}=\frac{\overset{\frown}{AC}}{۲}$ $\Rightarrow \overset{\triangle}{MAD} \sim \overset{\triangle}{MBC} \Rightarrow \frac{MA}{MC}=\frac{MD}{MB}$ $\Rightarrow MA\times MB = MC\times MD$	۱/۵
۱۲	**مقادیر مجهول را بیابید. (AP و AQ بر دایره مماس هستند)**  $x - y = ۱۴۶$ $x + y = ۳۶۰$ $۲x = ۵۰۶ \quad x = ۲۵۳$ $y = ۱۰۷$	۱
۱۳	**در شکل زیر، O مرکز نیم دایره است و $AB \parallel CD$. اندازه کمان CD را بدست آورید.**  دایره را کامل می‌کنیم و شعاع CO را امتداد می‌دهیم تا دایره را در نقطه E قطع کند حالا داریم $\overset{\frown}{AC}=x$ $\hat{O}_1=\hat{O}_2$ $\Rightarrow \overset{\frown}{BE}=x$ $CD \parallel AB \Rightarrow AC \parallel BD \Rightarrow BD = x$ $\hat{M}=۷۵^\circ \Rightarrow \frac{x+۲x}{۲}=۷۵ \Rightarrow x=۵۰$ $\overset{\frown}{CD}=۱۸۰-۵۰-۵۰=۸۰^\circ$	۱/۵
۱۴	**در شکل زیر، مقادیر x و y را محاسبه کنید.**  $۶^۲ = ۴\times(y+۴) \Rightarrow y=۵$ $x^۲ = ۲\times ۷ \Rightarrow x=\sqrt{۱۴}$	۱

نمره		ردیف
۱/۵	در شکل، دو خط d_1 و d_2 با زاویه θ یک‌دیگر را قطع کرده اند. مثلث $A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d_1 است. بازتاب مثلث $A'B'C'$ نسبت به خط d_2 را رسم کنید و آن را $A''B''C''$ بنامید.	۱۵

الف) نشان دهید : $AOA'' = 2\theta$

ب) اندازه COC'' و BOB'' چقدر است؟ به دلیل مشابه این دو هم ۲θ هستند

ج) با چه تبدیلی می توان مثلث $A''B''C''$ را تصویر ABC دانست؟ تبدیل دوران به مرکز O و زاویه ۲θ



$$\left.\begin{array}{l}\hat{O}_1=\hat{O}_2\\ \hat{O}_3=\hat{O}_4\end{array}\right\} \Rightarrow \underbrace{\hat{O}_1}_{\hat{O}_2}+\hat{O}_2+\hat{O}_3+\underbrace{\hat{O}_4}_{\hat{O}_3} = 2(\underbrace{O_1+O_3}_{\theta})$$

$$\widehat{AOA''} = 2\theta$$