



آزمون نوبت اول - ۰۳ - ۱۴۰۲

نام دبیر: جناب آقای نعمت

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۱

آزمون هندسه ۱

زمان: ۱۱۰ دقیقه

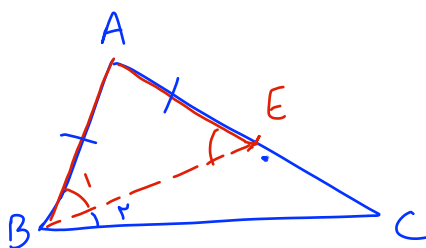
نام و نام خانوادگی: ...

نام و نام خانوادگی: ...

کلاس: ...

ردیف	دانش آموزان عزیز: لطفا سوالات را با دقت بخوانید و با کمال خونسردی به آنها پاسخ دهید.	بارم
۱	موارد مرتبط از دو ستون را به هم وصل کنید. ○ داشتن دو زاویه برابر ○ طرفین وسطین کردن ○ روابط طولی در مثلث قائم الزاویه ○ برابر بودن فاصله از دو ضلع زاویه ○ تناسب ○ حمار ○ ذوزنقه ○ نیمساز ○ تشابه ○ فیثاغورس	۱
۲	خط L و نقطه A خارج از آن مفروض است. نقاطی در صفحه را مشخص کنید که از خط L به فاصله ۲ و از نقطه A به فاصله ۳ باشد. (رسم شکل و توضیحات فراموش نشود) نقاطی که از A به فاصله ۳ هستند دایره‌ای به شعاع ۳ به مرکز A می‌کشیم. نقاطی که از خط L به فاصله ۲ هستند دو خط موازی دو طرف خط L را به وجود می‌آورند. نقطه یا نقاط برخورد این خطوط با دایره پاسخ ما است.	۱
۳	ثابت کنید ارتفاع‌های یک مثلث هم‌مس‌اند. از رئوس مثلث به خط به موازات اضلاع مقابل رسم می‌کنیم تا مثلث $A'B'C'$ حاصل شود. طبق همین فرض چهار ضلع‌های $AC'BC$ و $AB'C'B$ متوازی الاضلاع هستند. نقطه A وسط اضلاع $B'C'$ و BC است. از نقطه A عمود منصف ضلع $B'C'$ را رسم کنیم این عمود منصف بر ضلع BC عمود می‌شود. یعنی عمود منصف هر مثلث $A'B'C'$ ارتفاع‌های مثلث ABC هستند و همگی عمود منصف‌ها را عمود می‌کنند.	۱/۵

کوچک تر



$$\begin{array}{ll} AB < AC & \text{فرض} \\ \hat{C} < \hat{B} & \text{حاصل} \end{array}$$

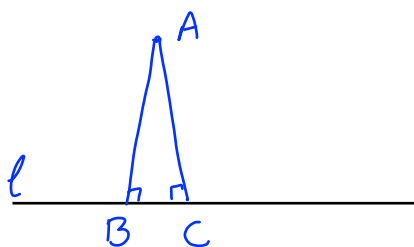
به اندازه AB روی AC حتماً کنیم مثلث

متن این متن $AB \in$ حاصل شود. $\hat{B}_1 = \hat{E}$ (*)

از طرفین دایره زاویه E برای مثلث BEC حکم زاویه خاص را دارد

وقتی B_1 بخشی از B است از C بزرگ تر باشد پس حتماً خواهیم داشت: $\hat{B} > \hat{C}$

به کمک برهان خلف ثابت کنید از یک نقطه خارج یک خط فقط یک عمود بر آن خط می توان رسم کرد.



رضی کی کہیں از بس A دو عدد AB و AC را

برداره رسم کرده ام. در این صورت مجموع

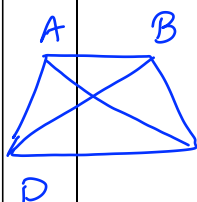
زادایں مثلاً ABC از 180° بستر می شود ✕

پس این رضی باطل است، حکم مقرر است.

الف) گزاره را تعریف کنید.

محمد خیری که ارزش دینی یا نادینی دارد

(ب) نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید. اگر هر کدام نادرست است، برای نشان دادن نادرستی آن مثال نقض برنید



(* در دوزنقه متساوی الساقین قطر‌ها برابر هستند.

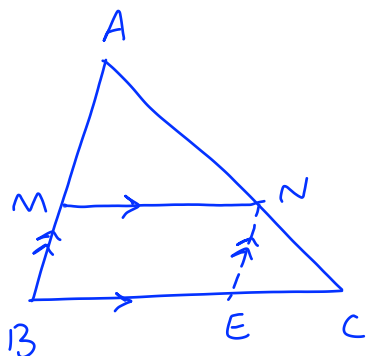
نَتِیج : در ذوزنقه‌ای، هر اس‌من قطر برابر است. (علی است) مثال نقض

$$AC = BD$$

(*) هر چهار ضلعی که دو ضلع برابر داشته باشد، دوزنقه متساوی الساقین است.

نقیض : چهار ضلعی وجود دارد ، دو ضلع برابر دارد و دو زوایای آن منتهی است (درست)

در مثلث ABC خطی موازی با ضلع BC دو ضلع دیگر مثلث را در M و N قطع می‌کند،

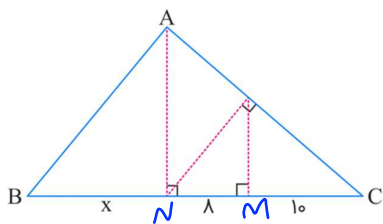


نشان دهید : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

طبق فرض MN موازی BC بود و NE را خودمان
موازی ضلع AB رسم می‌کنیم تا متوازی الاضلاع
MNEB بدست آید:

$$\left. \begin{array}{l} NE \parallel AB : \frac{BE}{BC} = \frac{AN}{AC} \\ BE = MN \end{array} \right\} \rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC}$$

اندازه x بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟



$$CN^2 = CM \cdot CB$$

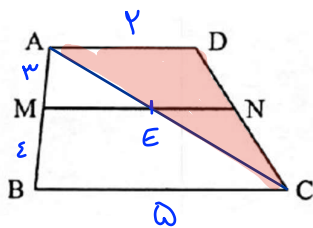
$$18^2 = 10(18 + x)$$

$$324 = 180 + 10x$$

$$144 = 10x$$

$$14 < x < 15$$

در شکل روبرو اگر $AD = 2$ ، $BC = 5$ و $\frac{AM}{MB} = \frac{DN}{NC} = \frac{3}{4}$ باشد، طول MN را به دست آورید.



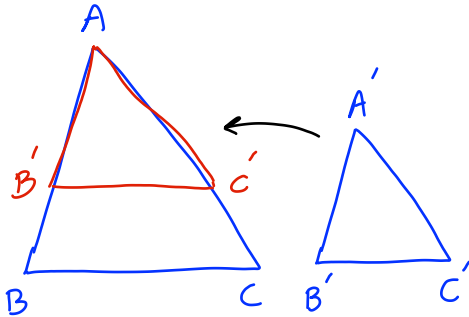
$$MN \parallel BC$$

$$\frac{ME}{BC} = \frac{AM}{AB} \rightarrow \frac{ME}{5} = \frac{3}{7} \rightarrow ME = \frac{15}{7} (*)$$

$$\text{بنابراین: } \frac{NE}{AD} = \frac{NC}{CD} \rightarrow \frac{NE}{2} = \frac{4}{7} \rightarrow NE = \frac{8}{7} (**)$$

$$(*), (**) : MN = ME + NE = \frac{15}{7} + \frac{8}{7} = \frac{23}{7}$$

اگر یک زاویه از مثلثی با یک زاویه از مثلث دیگر برابر باشد و اضلاع این دو زاویه با هم متناسب باشند، دو مثلث متشابه اند.



$$\left. \begin{array}{l} A = A' \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} \end{array} \right\} \text{فرض}$$

$$\text{حکم } ABC \sim A'B'C'$$

مثلث کوچک را از روی زاویه مشترک بر مثلث بزرگ تر منطبق می‌کنیم

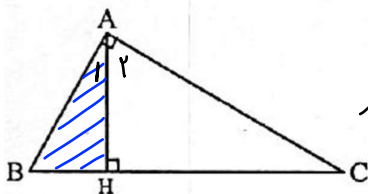
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \quad \xrightarrow{\text{عکس تانس}} \quad B'C' \parallel BC \quad \text{فرض}$$

طبق قضیه اساسی تا به چگون $B'C'$ با BC موازی است پس دو مثلث متشابه اند

در مثلث قائم الزاویه ABC ارتفاع AH را رسم می‌کنیم.

$$\text{الف) ثابت کنید: } AB^2 = BH \cdot BC \quad \text{و} \quad AC^2 = CH \cdot BC$$

$$\text{ب) با استفاده از الف، قضیه فیثاغورس را ثابت کنید. } BC^2 = AB^2 + AC^2$$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{A}_1 = \hat{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز ز}} ABH \sim ABC$$

$$\frac{AH}{AC} = \frac{BH}{AB} = \frac{AB}{BC} \rightarrow AB^2 = BH \cdot BC \quad (*)$$

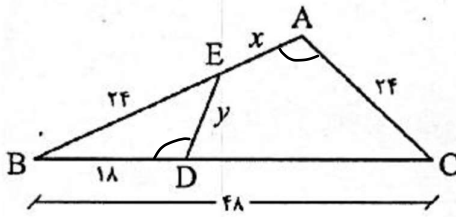
طرفین در سطح

$$\text{به روش مشابه در مثلث } ABC, ACH \quad : \quad AC^2 = CH \cdot BC \quad (**)$$

$$(*) , (**) \rightarrow$$

$$\begin{array}{l} AB^2 = BH \cdot BC \\ AC^2 = CH \cdot BC \\ \hline AB^2 + AC^2 = BC(BH + CH) = BC^2 \end{array}$$

اندازه دو زاویه $\widehat{BDE}$ و $\widehat{BAC}$ برابرند. طول x و y را به دست آورید.

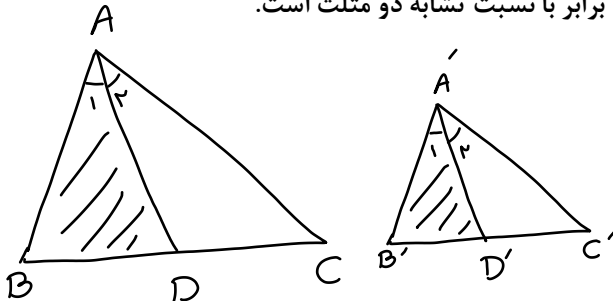


$$\left. \begin{array}{l} \widehat{BDE} = \widehat{BAC} \\ \widehat{B} = \widehat{B} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{زر}} BDE \sim ABC$$

$$\frac{24}{66} = \frac{18}{24+x} = \frac{y}{24} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow x = 12, y = 12$$

ثابت کنید در دو مثلث متشابه نسبت نیم‌سازهای نظیر، برابر با نسبت تشابه دو مثلث است.



دو مثلث متشابه اند پس می‌دانیم

$$\widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{A} = \widehat{A'}$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} = \widehat{B'} \\ \widehat{A} = \widehat{A'} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{زر}} ABD \sim A'B'D' \rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AD}{A'D'} = k$$

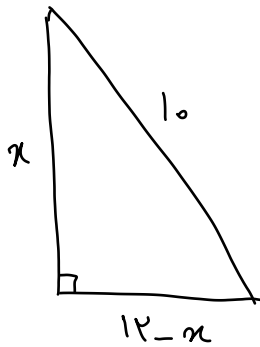
همان نسبت تشابه بین دو ضلع مثلث‌های نظیر وجود دارد

محیط‌های دو مثلث متشابه ۲۵ و ۴۵ می‌باشد. اگر مساحت مثلث کوچک‌تر ۵۰ باشد، مساحت مثلث بزرگ‌تر را به دست آورید.

$$k = \frac{\text{محیط مثلث ۱}}{\text{محیط مثلث ۲}} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{\text{مساحت مثلث ۱}}{\text{مساحت مثلث ۲}} = k^2 = \frac{25}{81} \rightarrow \frac{50}{S} = \frac{25}{81} \rightarrow S = 162$$

اگر در یک مثلث قائم الزاویه طول وتر ۱۰ و مجموع طول دو ضلع قائمه ۱۲ باشد، اندازه ارتفاع وارد بر وتر را به دست آورید.



در ضلع قائم، x و $12-x$ می‌باشیم

$$\text{میانگونی: } (12-x)^2 + x^2 = 10^2$$

$$144 - 24x + x^2 + x^2 = 100$$

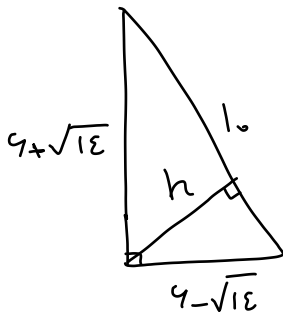
$$2x^2 - 24x + 44 = 0$$

$$x^2 - 12x + 22 = 0$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \times 22}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{56}}{2}$$

$$= \frac{12 \pm 2\sqrt{14}}{2} = 6 \pm \sqrt{14}$$

پس دو ضلع قائم مثلث $6 + \sqrt{14}$ و دیگری $6 - \sqrt{14}$ می‌باشد.



$$\text{مساحت: } \cancel{\frac{1}{2}} (6 + \sqrt{14})(6 - \sqrt{14}) = \cancel{\frac{1}{2}} h \times 10$$

$$6^2 - 14 = 10h$$

$$22 = 10h \rightarrow h = 2.2$$